

Прямолінійний нерівномірний рух. Середня швидкість руху.

Розв'яжемо задачу разом.

Задача 1

Хлопчик півтори години їхав на велосипеді зі швидкістю 20 км/год. Після цього велосипед зламався, й останній кілометр хлопчик змушений був пройти пішки. Яка була середня швидкість хлопчика на всьому шляху, якщо пішки він ішов півгодини?

Дано:

$$\begin{array}{l} v_1 = 20 \text{ км/год} \\ t_1 = 1,5 \text{ год} \\ l_2 = 1 \text{ км} \\ t_2 = 0,5 \text{ год} \end{array}$$

Розв'язання:

v - ?
Рух хлопчика протягом двох годин був нерівномірним: він складався з: а) рівномірного руху зі швидкістю 20 км/год протягом перших 1,5 год руху й б) рівномірного руху на останньому кілометрі з меншою швидкістю. Для обчислення середньої швидкості необхідно знати весь пройдений шлях й увесь час руху.

Весь шлях можна визначити за формулою $l = l_1 + l_2$, де l_1 — шлях, пройдений на велосипеді, l_2 — шлях, пройдений пішки. Шлях, пройдений на велосипеді, знайдемо за формулою

$$l_1 = v_1 t_1.$$

Час хлопчика упродовж руху: $t = t_1 + t_2$.

Тоді середня швидкість руху хлопчика дорівнює:

$$v_{\text{сер}} = \frac{l}{t} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 t_1 + l_2}{t_1 + t_2}.$$

Перевіряємо одиниці величин:

$$v_{\text{сер}} = \frac{\frac{\text{КМ}}{\text{ГОД}} \cdot \text{ГОД} + \text{КМ}}{\text{ГОД} + \text{ГОД}} = \frac{\text{КМ}}{\text{ГОД}}.$$

Обчислюємо середню швидкість:

$$v_{\text{сep}} = \frac{1,5 \cdot 20 + 1}{1,5 + 0,5} = 15,5 \left(\frac{\text{км}}{\text{год}} \right).$$

Відповідь: $V = 15,5$ км/год.

Задача 2

Велосипедист, рухаючись з одного пункту в інший, першу половину шляху їхав по прямій дорозі зі швидкістю 15 км/год, а другу половину шляху (через прокол шини) ішов пішки зі швидкістю 5 км/год. Визначте середню швидкість руху велосипедиста.

Дано:

$$v_1 = 15 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 5 \text{ км/год}$$

$$\ell_1 = \ell_2 = \frac{\ell}{2}$$

Розв'язання:

Позначивши весь пройдений шлях ℓ , а весь час руху t , запишемо $v_{\text{сep}} = \frac{\ell}{t}$

Велосипедист їхав протягом часу $t_1 = \frac{\ell_1}{v_1}$,

а йшов протягом часу $t_2 = \frac{\ell_2}{v_2}$

$v_{\text{сep}} = ?$

Оскільки $t = t_1 + t_2$, отримуємо

$$v_{\text{сep}} = \frac{\ell}{t_1 + t_2} = \frac{\ell}{\frac{\ell_1}{v_1} + \frac{\ell_2}{v_2}} = \frac{\ell}{\frac{\ell}{2v_1} + \frac{\ell}{2v_2}} = \frac{\ell (v_1 + v_2)}{2v_1 \cdot v_2} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$$

Обчислюємо середню швидкість:

$$v_{\text{сep}} = \frac{2 \cdot 15 \cdot 5}{15 + 5} = 7,5 \text{ (км/год)}$$

Відповідь: $v_{\text{сep}} = 7,5$ (км/год)

Задача 3

Велосипедист проїхав першу половину прямолінійного шляху зі швидкістю 12 км/год, а другу половину шляху з деякою іншою швидкістю. Чому дорівнює ця швидкість, якщо відомо, що середня швидкість його руху на всьому шляху – 8 км/год?

Дано:

$$v_1 = 12 \text{ км/год}$$

$$v_{\text{сеп}} = 8 \text{ км/год}$$

$$l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$$

$$v_2 = ?$$

Розв'язання:

Спочатку отримаємо формулу для визначення середньої швидкості (дивись попередню задачу).

Позначивши весь пройдений шлях l , а весь час

$$t$$

руху t , запишемо $v_{\text{сеп}} = \frac{l}{t}$

$$t$$

$$l_1$$

Велосипедист їхав на першій ділянці протягом часу

$$t_1 = \frac{l_1}{v_1},$$

$$l_2$$

а на другій ділянці протягом часу

$$t_2 = \frac{l_2}{v_2}$$

$$v_2$$

Оскільки $t = t_1 + t_2$, отримуємо

$$l$$

$$l$$

$$l$$

$$l$$

$$2 v_1 \cdot v_2$$

$$v_{\text{сеп}} = \frac{l}{t_1 + t_2} = \frac{l}{\frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2}} = \frac{l}{\frac{l}{2 v_1} + \frac{l}{2 v_2}} = \frac{l (v_1 + v_2)}{2 v_1 \cdot v_2} = \frac{2 v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$$

З отриманого рівняння виведемо невідому величину – швидкість велосипедиста на другій ділянці шляху:

$$v_{\text{сеп}} (v_1 + v_2) = 2 v_1 \cdot v_2$$

$$v_{\text{сеп}} \cdot v_1 + v_{\text{сеп}} \cdot v_2 = 2 v_1 \cdot v_2$$

$$v_{\text{сеп}} \cdot v_1 = 2 v_1 \cdot v_2 - v_{\text{сеп}} \cdot v_2$$

$$v_{\text{сеп}} \cdot v_1 = v_2 (2 v_1 - v_{\text{сеп}})$$

$$v_{\text{сеп}} \cdot v_1$$

$$8 \cdot 12$$

$$v_2 = \frac{v_{\text{сеп}} \cdot v_1}{2 v_1 - v_{\text{сеп}}} \quad \text{Обчислюємо: } v_2 = \frac{8 \cdot 12}{2 \cdot 12 - 8} = 6 \text{ км/год}$$

$$2 v_1 - v_{\text{сеп}}$$

$$2 \cdot 12 - 8$$

Відповідь: $v_2 = 6 \text{ км/год}$

Задача 4

Пішохід дві третини часу свого руху йшов зі швидкістю 3 км/год, а решту часу – зі швидкістю 6 км/год. Визначте середню швидкість пішохода на всьому шляху.

Дано:

$$v_1 = 3 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 6 \text{ км/год}$$

$$t_1 = \frac{2}{3} t$$

$$t_2 = \frac{1}{3} t$$

$v_{\text{сер}} = ?$

Розв'язання:

Позначивши весь пройдений шлях l , а весь час руху t , запишемо $v_{\text{сер}} = \frac{l}{t}$

Протягом часу t_1 пішохід пройшов відстань $l_1 = v_1 \cdot t_1$,
протягом часу t_2 - відстань $l_2 = v_2 \cdot t_2$,
Оскільки $l = l_1 + l_2$, отримуємо

$$v_{\text{сер}} = \frac{l_1 + l_2}{t} = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t} = \frac{v_1 \cdot \frac{2}{3}t + v_2 \cdot \frac{1}{3}t}{t} =$$
$$= \frac{t(2v_1 + v_2)}{3t} = \frac{2v_1 + v_2}{3}$$
$$= \frac{2 \cdot 3 + 6}{3}$$

Обчислюємо: $v_{\text{сер}} = \frac{2 \cdot 3 + 6}{3} = 4 \text{ (км/год)}$

Відповідь: $v_{\text{сер}} = 4 \text{ км/год}$

Задача 5

Поїзд рухався першу половину часу зі швидкістю 60 км/год, а другу – зі швидкістю 40 км/год. Визначте середню швидкість руху поїзда на всьому шляху.

Дано:

$$v_1 = 60 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 40 \text{ км/год}$$

t

$$t_1 = t_2 = \dots$$

2

$v_{\text{сеп}} - ?$

Розв'язання:

Позначивши весь пройдений шлях ℓ , а весь час руху t , запишемо $v_{\text{сеп}} = \frac{\ell}{t}$

Протягом часу t_1 пішохід пройшов відстань $\ell_1 = v_1 \cdot t_1$,

протягом часу t_2 - відстань $\ell_2 = v_2 \cdot t_2$,

Оскільки $\ell = \ell_1 + \ell_2$, отримуємо

$$\ell_1 + \ell_2 = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 = \frac{v_1 \cdot t}{2} + \frac{v_2 \cdot t}{2}$$

$$v_{\text{сеп}} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t} = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t} = \frac{v_1 \cdot \frac{t}{2} + v_2 \cdot \frac{t}{2}}{t} = \frac{t(v_1 + v_2)}{2t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

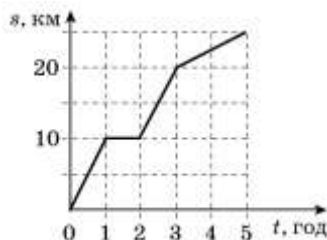
$$60 + 40$$

$$\text{Обчислюємо: } v_{\text{сеп}} = \frac{60 + 40}{2} = 50 \text{ (км/год)}$$

Відповідь: $v_{\text{сеп}} = 50 \text{ км/год}$

Задача 6

На рисунку зображений графік залежності шляхи від часу для деякого тіла. Визначте середню швидкість тіла на всьому шляху. Якою була б середня швидкість цього тіла, якби воно рухалося увесь час?



Тіло рухалось протягом 4 годин, протягом 1 години тіло не рухалось. За цей час воно пройшло відстань 25 км. Середню швидкість знайдемо за формулою:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{\ell}{t} = \frac{25}{4} = 6,25 \text{ (км/год)}$$

Якби тіло рухалося б весь час, то $t = 5$ год; $v_{\text{сеп}} = \frac{25}{5} = 5 \text{ (км/год)}$

Відповідь: $v_{\text{сеп}} = 6,25 \text{ км/год}$; $v_{\text{сеп}} = 5 \text{ км/год}$