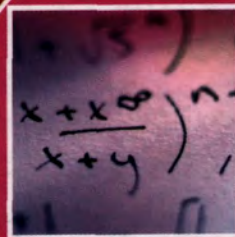
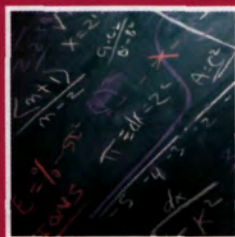
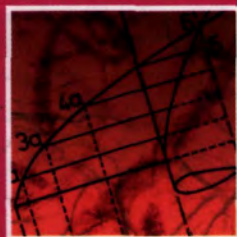




ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ



МАТЕМАТИКА

ТРЕНУВАЛЬНІ ТЕСТИ

Готуємось
заздалегідь

- ☒ правила проходження
- ☒ структура завдань
- ☒ зразок зошита
- ☒ правильні відповіді

**Схвалено до використання в навчально-виховному процесі
комісією з математики Науково-методичної ради
з питань освіти МОН України
(Протокол №6 від 26.12.2006)**

Рецензенти:

О. М. Титаренко, доцент кафедри вищої математики ХНУРЕ, кандидат фізико-математичних наук;
К. Е. Немченко, професор кафедри теплофізики та молекулярної фізики фізико-енергетичного факультету Інституту
високих технологій ХНУ ім. В. Н. Каразіна, доктор фізико-математичних наук;
О. М. Роганін, учитель математики вищої кваліфікаційної категорії, учитель-методист

Навчальне видання

Автори: О. Ю. Максименко, О. О. Тарасенко

**ЗБІРНИК ТРЕНУВАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ З МАТЕМАТИКИ
ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ**

Відповідальний редактор *Т. Єресько*
Коректор *Т. Єресько*
Комп'ютерне макетування *О. Каширіна*
Дизайн обкладинки *М. Жубр*

Підписано до друку 06.02.07.
Формат 84×108 1/16. Папір офсетний. Гарнітура Шкільна.
Друк офсетний. Обл.-вид. арк. 11,76. Наклад 1000 прим.

Видання здійснене за ліцензією ФОП Шапіро М. В.

«Торсінг плус»
Свідоцтво серія ДК № 2143 від 01.04.05 р.
61057, м. Харків, вул. Сумська, 13

З питань оптових поставок звертатися:
Тел. (057) 717-10-26, 719-98-73
E-mail: torsing_or@rider.com.ua
www.torsing.com.ua

Книга — поштою:
61057, м. Харків, а/с «Книжкова ліга»

SMS-замовлення книг: відправте SMS з текстом «КНИГА»
на номер 7500 та чекайте дзвінка від служби замовлень.
Вартість повідомлення 2,40 грн.

**341 Збірник тренувальних завдань з математики для підготовки до зовнішнього
незалежного оцінювання / О. Ю. Максименко, О. О. Тарасенко та ін. — Харків:
ТОРСІНГ ПЛЮС, 2007. — 96 с.**

ISBN 966-404-383-4.

У даному посібнику враховано зміст та певною мірою відтворено структуру матеріалів зовнішнього незалежного тестування з математики, яке проводилося Центром тестових технологій при Міністерстві освіти і науки України у 2006 році.

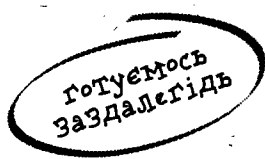
Десять тренувальних тестів розташовані у порядку зростання складності. Вони за структурою, формою та змістом наближені до завдань 2006 року. До кожного тренувального тесту пропонується бланк відповідей для тренування заповнення його учнями.

Видання призначене для старшокласників та абітурієнтів.

ББК 74.262я721

ISBN 966-404-383-4
ISBN 978-966-404-383-7

© Максименко О. Ю.,
Тарасенко О. О., 2006
© ФОП Шапіро М. В., макет, 2007



**ЗОВНІШНЄ
НЕЗАЛЕЖНЕ
ОЦІНЮВАННЯ**

МАТЕМАТИКА

ТРЕНУВАЛЬНІ ТЕСТИ

СХВАЛЕНО
МІНІСТЕРСТВОМ ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ПП «ТОРСІНГ ПЛЮС» ХАРКІВ 2007

ЗМІСТ

Передмова.....	3
Форма, структура та зміст зовнішнього оцінювання з математики.....	4
Форми тестових завдань.....	4
Правила проходження зовнішнього оцінювання	7
Розподіл завдань тесту відповідно до програмових вимог.....	7
Корисні поради	8
Зразок тестового зошита і бланків відповідей незалежного зовнішнього тестування з математики	9
Оцінювання завдань тестового зошита з математики	28
Тренувальні тести.....	29
Тест 1.....	29
Тест 2.....	36
Тест 3.....	43
Тест 4.....	50
Тест 5.....	57
Тест 6.....	64
Тест 7.....	70
Тест 8.....	76
Тест 9.....	82
Тест 10.....	89
Відповіді до тестів	95

ПЕРЕДМОВА

Пропонований посібник укладено відповідно до навчальної програми з математики для середньої загальноосвітньої школи. У ньому враховано зміст та певною мірою відтворено структуру матеріалів зовнішнього сертифікаційного тестування з математики, яке проводилося Центром тестових технологій при Міністерстві освіти і науки України у 2006 році (інформація розміщена на сайтах: <http://www.ukrtest.org> та <http://www.mon.gov.ua>).

Мета посібника — надати допомогу випускникові загальноосвітньої школи в підготовці до зовнішнього оцінювання навчальних досягнень, результати якого, за бажанням випускників, можуть бути зараховані як державна підсумкова атестація з математики.

Структура посібника відображає сучасні вимоги до процедури складання зовнішнього оцінювання з математики, що дозволить учням краще підготуватися до проходження оцінювання навчальних досягнень у тестовій формі.

Посібник містить такі розділи:

- форма, структура та зміст зовнішнього оцінювання з математики;
- розподіл завдань тестів відповідно до програмових вимог;
- правила проходження зовнішнього оцінювання;
- корисні поради щодо проходження зовнішнього оцінювання;
- зразок тестового зошита і бланків відповідей зовнішнього оцінювання з математики;
- оцінювання завдань тестового зошита з математики;
- тренувальні тести.

Зразок тестового зошита і бланків відповідей зовнішнього тестування з математики надає випускникам можливість ознайомитися з інструкцією, структурою, правильним записом відповідей (частина 1 і частина 2) та розв'язань задач з алгебри і початків аналізу і з геометрії (частина 3).

Тренувальні тести, що містять по 38 завдань і відповіді до кожного з них, за структурою, формою та змістом наближені до завдань 2006 року. Вони розташовані у порядку зростання складності. Тренувальні тести допоможуть випускникам узагальнити та систематизувати зміст навчального матеріалу, передбаченого програмою, та підготуватися до незалежного зовнішнього оцінювання з математики.

До кожного тренувального тесту пропонується бланк відповідей для тренування заповнення його учнями. Необхідно позначити хрестиком правильну відповідь до завдань частини 1 та записати правильну відповідь до завдань частини 2. Під час незалежного оцінювання буде запропоновано заповнити бланк для розв'язання завдань частини 3. При виконанні тренувальних тестів розв'язання завдань цієї частини можна оформити на окремих аркушах.

При підготовці розділів «Зразок тестового зошита і бланків відповідей незалежного зовнішнього тестування з математики» та «Оцінювання завдань тестового зошита з математики» були використані матеріали рубрики «Готуємося до тестування» «Математичної газети» (№ 11, листопад 2006 р.) видавництва «Педагогічна преса».

ФОРМА, СТРУКТУРА ТА ЗМІСТ ЗОВНІШНЬОГО ОЦІНЮВАННЯ З МАТЕМАТИКИ

Форми тестових завдань

Завдання кожного варіанта складаються з трьох частин, що відрізняються за змістом, складністю, кількістю завдань та їх формою.

У частині 1 кожного варіанта запропоновано **20 завдань** з вибором однієї правильної відповіді (закриті завдання), розв'язування яких потребує від учнів стандартного застосування програмового матеріалу за відомими алгоритмами та зразками. У кожному завданні запропоновано п'ять варіантів відповідей, з яких тільки **одна** правильна.

Наприклад:

1. Подайте у вигляді степеня вираз $\frac{7}{\sqrt[5]{\sqrt{7}}}$.

А	Б	В	Г	Д
$7^{\frac{2}{5}}$	$7^{\frac{6}{7}}$	$7^{\frac{1}{10}}$	$7^{\frac{4}{5}}$	$7^{\frac{9}{10}}$

2. Розв'яжіть нерівність $\frac{x-1}{x+3} \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-3; 1]$	$(-\infty; -3)$	$(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$	$[-3; 1]$	$(-\infty; -3) \cup (-3; 1)$

3. У результаті інфляції у державі N ціни зросли на 300%. Знайдіть, на скільки відсотків потрібно знизити ціни, щоб повернути їх до попереднього рівня.

А	Б	В	Г	Д
на 300 %	на 200 %	на 100 %	на 75 %	на 50 %

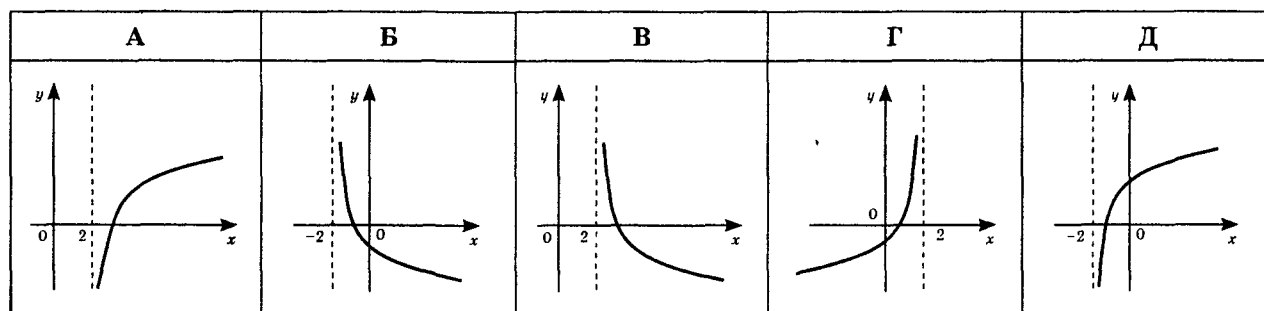
4. Укажіть кількість коренів рівняння $|3x - 2| = 2 - 3x$.

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	не має коренів	безліч

5. Обчисліть $\left(4\sqrt{3} + \cos \frac{\pi}{6}\right) \cdot \left(7 - 3\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin \frac{\pi}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
24	12	27	21	18

6. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = -\log_3(x + 2)$.



7. Розв'яжіть рівняння $\text{ctg}(3x) = 6$.

А	Б	В	Г	Д
$\text{arctg} 2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{1}{3} \text{arctg} 6 + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{1}{3} \text{arctg} 6 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

8. Задано цифри 1; 2; 3; 4; 5; 6. З них утворюють усі можливі шестицифрові числа, використовуючи кожен цифру тільки один раз. Знайдіть імовірність того, що взятє навмання одне з цих чисел ділитиметься на 5.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{720}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$

9. Розв'яжіть рівняння $0,125^x = 2 \cdot 4^x$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	-1	-2	$-\frac{1}{3}$

10. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 2, \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3. \end{cases}$ Знайдіть суму $x + y$ для одержаного розв'язку системи.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

11. Укажіть найбільше значення функції $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x - 1} + 2$.

А	Б	В	Г	Д
2	3	9	11	немає

12. Знайдіть ординату точки на параболі $y = 2x^2 + 12x - 5$, у якій кутовий коефіцієнт дотичної до параболі дорівнює 8.

А	Б	В	Г	Д
-15	-5	-1	16	15

Завдання з вибором відповіді вважається виконаним правильно, якщо в бланку відповідей записана тільки одна літера, якою позначена правильна відповідь.

Усі 16 завдань частини 2 — це завдання з короткою відповіддю.

Наприклад:

1. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності $(x-2) \cdot (x+4)^2 \cdot (x^2 - 5x + 12) \geq 0$.

Відповідь: _____

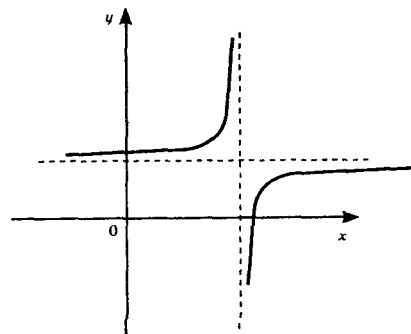
2. Обчисліть значення виразу $\sqrt{\frac{abc+4}{a} + 4\sqrt{\frac{bc}{a}}}$, якщо $a = 0,04$; $b > 0$ і $c > 0$.

Відповідь: _____

3. За ескізом графіка функції $y = \frac{ax+1}{bx+c}$, визначте знаки параметрів a , b , c .

У відповіді вкажіть номер правильного варіанта з наведених нижче.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c > 0. \end{cases}$ | 2. $\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0. \end{cases}$ | 3. $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c > 0. \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c > 0. \end{cases}$ | 5. $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0. \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c < 0. \end{cases}$ |



Відповідь: _____

4. Від міста А до міста В вниз за течією річки відпливає моторний човен. Одночасно з ним поवा місто А пропливає пліт. Досягнувши міста В, човен розвертається і пливе назад. Визначте, у скільки разів власна швидкість човна більша за швидкість течії, якщо човен зустрів пліт посередині між містами А та В.

Відповідь: _____

5. Знайдіть суму коренів рівняння $\log_3(x^2 - 3x)^2 - \log_3(1 - 2x)^2 = \log_3 4$.

Відповідь: _____

6. Обчисліть значення виразу $10(\sin \alpha - \cos \alpha)$, якщо $\sin(2\alpha) = 0,96$ і $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

Відповідь: _____

7. Знайдіть суму $x + y$, якщо пара $(x; y)$ є розв'язком системи рівнянь $\begin{cases} 2^{2x+1} + 2^y = 40, \\ 2^{x+1} + 2^{y-1} = 12. \end{cases}$

Відповідь: _____

8. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій $y = x^2$, $y = 2x - x^2$ та віссю абсцис.

Відповідь: _____

Завдання вважаються виконаними правильно, якщо в бланку відповідей учасник оцінювання записав правильну відповідь (запис розв'язання від учня не вимагається). Відповіддю на кожне завдання частини 2 може бути будь-яке ціле число або скінченний десятковий дріб.

Два завдання частини 3 — це відкриті завдання з розгорнутою відповіддю, за допомогою яких перевіряються вміння учнів всебічно аналізувати умову задачі, робити висновки, обґрунтовувати порядок виконання дій та чітко й ясно записувати їх.

Наприклад:

1. Задано функцію $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$.

Знайдіть:

- а) область визначення функції, проміжки зростання та спадання функції, екстремуми функції та побудуйте ескіз її графіка;
- б) кількість коренів рівняння $f(x) = a$, де $a \in R$, залежно від значення параметра a ;
- в) усі розв'язки рівняння $f(x) = a$, де $a \in R$.

2. Задано нерівність $\log_{x^2+y^2}(x-y) > 1$.

1. Знайдіть множину допустимих значень змінних x та y .

2. Побудуйте у прямокутній декартовій системі координат множину точок $(x; y)$, координати яких задовольняють задану нерівність, та знайдіть площу цієї фігури.

3. Із середини висоти правильної трикутної піраміди опущено перпендикуляри на бічне ребро піраміди і на бічну грань. Довжини цих перпендикулярів відповідно дорівнюють $\sqrt{2}$ та 1.

1. Доведіть, що основа перпендикуляра, проведеного із середини висоти піраміди на бічну грань, лежить на апофемі.

2. Знайдіть об'єм піраміди.

Правила проходження зовнішнього оцінювання

Під час оцінювання не можна спілкуватися з іншими його учасниками. Якщо виникла проблема, піднесіть руку, і до Вас підійде інструктор, щоб допомогти. Інструкторам не можна ставити запитання, які стосуються змісту завдань.

Якщо під час оцінювання в разі крайньої необхідності Вам потрібно вийти, піднесіть руку, але враховуйте, що час на виконання роботи не буде продовжено.

Під час оцінювання **ЗАБОРОНЕНО** користуватися будь-якими матеріалами чи посібниками, а також папером, олівцями, пейджерами, книжками, маркерами, плеєрами з навушниками, мобільними телефонами, будь-якими електронними та фотографічними засобами. Ви зобов'язані виконувати вказівки інструктора.

Вас можуть позбавити права складати тест та анулювати Ваш результат за:

- спробу складати тест за іншого учасника оцінювання;
- використання будь-яких посібників, пов'язаних з предметом оцінювання;
- порушення дисципліни;
- спробу надати чи одержати допомогу, спілкування під час оцінювання в будь-якій формі з іншою особою щодо змісту тесту;
- спробу винести тестові завдання (у будь-якому вигляді) з аудиторії, де проводиться оцінювання;
- спробу залишити кімнату без дозволу під час оцінювання;
- порушення правил поведінки, зазначених у цій інструкції чи записаних у матеріалах зовнішнього оцінювання.

Якщо в аудиторії було порушено процедуру оцінювання, Ви маєте право подати письмову скаргу на адресу Українського центру оцінювання якості освіти.

Розподіл завдань тесту відповідно до програмових вимог

У кожній частині зошита з математики вказано кількість завдань з відповідного розділу програмових вимог зовнішнього оцінювання з математики.

Навчальний предмет	Зміст	Кількість завдань		
		Частина 1	Частина 2	Частина 3
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	6	3	1*
	Рівняння і нерівності	4	6	
	Функції	5	4	
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	–	–
Геометрія	Планіметрія	2	1	1**
	Стереометрія	2	2	
Усього завдань		20	16	2

1* — завдання з алгебри і початків аналізу.

1** — завдання з геометрії.

Корисні поради

Під час підготовки до складання зовнішнього оцінювання учням слід навчитися техніці оцінювання. Одним із важливих моментів даної техніки є навчання постійному самоконтролю часу. Тобто учням слід навчитися економити час для розв'язування найбільш складних завдань. На виконання завдань частини 1 передбачається відводити 1–2 хвилини, на розв'язування завдань частини 2 — від 3 до 5 хвилин, а час, що залишиться, — на виконання завдань третьої частини.

Відповідність цим рекомендаціям можна досягти таким чином:

- при виконанні завдань першої та другої частин користуватися усною лічбою і проміжними обчисленнями; підставляючи запропоновані відповіді у деякі завдання частини 1, можна скоріше отримати правильну відповідь, ніж розв'язуючи завдання;
- обминати ті завдання, які неможливо виконати одразу;
- розв'язувати геометричні завдання останніми, бо їх розв'язування потребує багато часу.

Учням також треба навчитися «спіральному проходженню» тесту. Завдання необхідно проглядати від початку і до кінця і виконати спочатку ті, що можна розв'язати без особливих зусиль.

Частина 3 складається з завдань високого рівня складності, при розв'язуванні яких необхідно не тільки знайти правильну відповідь, але й обґрунтувати одержані висновки, побудувати логічно правильний ланцюг міркувань, а також математично грамотно записати розв'язання.

Для підготовки учнів до зовнішнього оцінювання учитель повинен бути готовим до здійснення діяльності, яка полягає у наступному:

- вивчити і застосовувати у своїй діяльності теорію складання тестів;
- переходити від простих типових тестових завдань до більш складних;
- вибудовувати тест у вигляді логічної взаємопов'язаної системи;
- тренувальне тестування проводити з кожної теми з жорстким обмеженням часу;
- переходити до комплексного тестування тільки у кінці навчального року, коли учнями повністю опрацьовано навчальний матеріал;
- збільшувати навантаження за складністю та часом;
- навчити учнів використовувати знання і вміння, застосовуючи розміркування і логіку для отримання відповідей найбільш простим і швидким способом.

При підготовці до тестування слід звернути особливу увагу на такі теми, що викликали особливі труднощі у випускників минулих років:

- знаходження області визначення та області значень функції;
- дослідження функцій;
- застосування похідної та первісної;
- розв'язування задач на відсотки;
- розв'язування геометричних задач;
- розв'язування завдань з розділів «Тригонометрія» та «Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики».

**ЗРАЗОК ТЕСТОВОГО ЗОШИТА І БЛАНКІВ
ВІДПОВІДЕЙ НЕЗАЛЕЖНОГО ЗОВНІШНЬОГО ТЕСТУВАННЯ
З МАТЕМАТИКИ**

МАТЕМАТИКА

Час виконання — 135 хвилин

Інструкція

1. Екзаменаційний тест складається з 38 тестових завдань різних форм.
2. Правила виконання завдань містяться на початку кожної частини зошита.
3. Відповідайте тільки після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання і правила його виконання.
4. Використовуйте як чернетку місця, відведені у тестовому зошиті.
5. До бланка відповідей записуйте лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
6. Відповіді до бланка відповідей уписуйте чітко, відповідно до інструкцій щодо кожної форми завдань.
7. Пам'ятайте! Правильне заповнення бланка є частиною Вашої екзаменаційної роботи.
8. Подвійні, неправильно записані, закреслені, підчищені та виправлені відповіді у бланку відповідей — ПОМИЛКА!
9. Якщо Ви випадково записали неправильну відповідь, можете її виправити у відведеному місці на бланку відповідей.
10. Ваш результат залежить від загальної кількості правильних відповідей, записаних до бланка відповідей.
11. Намагайтеся відповісти на всі тестові завдання.
12. Ознайомившись з інструкцією, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок.

Зичимо Вам успіху!

Частина 1

Завдання 1–20 мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Обчисліть $\sqrt{125}\sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$11\sqrt{5}$	$10\sqrt{2} - \sqrt{5}$	9	$9\sqrt{5}$	$\sqrt[10]{4000} - \sqrt{5}$

2. Якщо $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$, то $c = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{ab}{a-b}$	$\frac{ab}{b-a}$	$a-b$	$\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$	$\frac{a-b}{ab}$

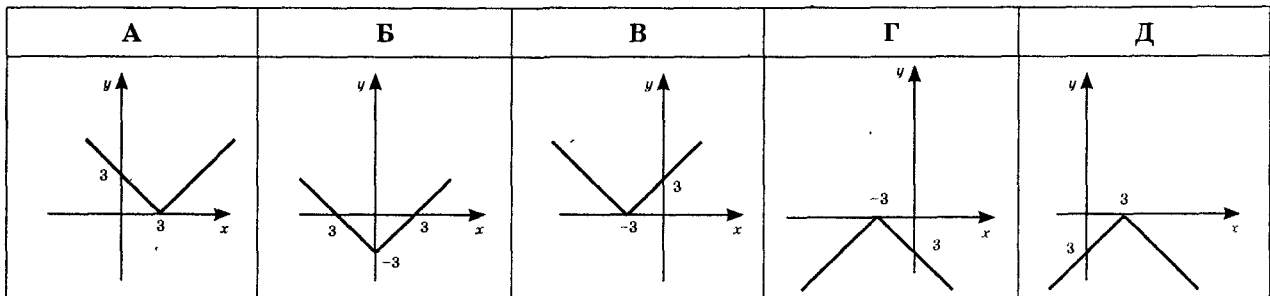
3. Знайдіть вираз, тотожно рівний виразу $x^4 + x^3 - x - 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(x+1)^2(x^2+x+1)$	$(x^2-x+1)(x-1)^2$	$(x-1)^3(x+1)$	$(x-1)(x+1)^3$	$(x^2-1)(x^2+x+1)$

4. Розв'яжіть нерівність $a^2 > a$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(0; 1)$	$(-\infty; 0)$	$(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; 1)$

5. З-поміж наведених графіків укажіть графік функції $y = -|x+3|$.



6. Товар подешевшав на 20%. На скільки відсотків більше можна купити товару за ту ж саму суму грошей?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}\%$	$\frac{1}{4}\%$	10%	20%	25%

7. Обчисліть значення виразу $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7}$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	4	25

8. Розв'яжіть рівняння $\sin(3x) = \frac{1}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3},$ $k \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3},$ $k \in \mathbb{Z}$	$(-1)^k \frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3},$ $k \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3},$ $k \in \mathbb{Z}$	$(-1)^k \frac{\pi}{18} k + \pi k,$ $k \in \mathbb{Z}$

9. Знайдіть множину значень функції $f(x) = (\sin x + \cos x)^2$.

А	Б	В	Г	Д
[1; 2]	[0; 2]	$[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$	[0; 1]	інша відповідь

10. Задано рівняння:

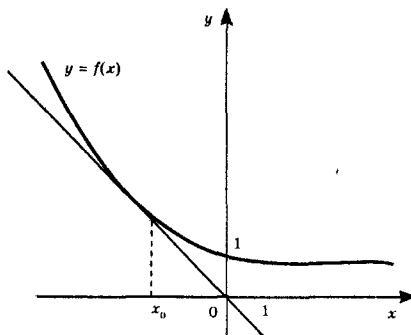
$$\log_2 x - \log_2(x - 2) = 1, (1) \quad \cos x = 1 - \sqrt{3}, (2)$$

$$|x + 2| = -3, (3) \quad \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\pi. (4)$$

Укажіть рівняння, які НЕ МАЮТЬ коренів на множині дійсних чисел.

А	Б	В	Г	Д
(1) і (4)	(2) і (3)	(1) і (2)	(3) і (4)	інша відповідь

11. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$ і дотичну до нього в точці з абсцисою x_0 . Знайдіть значення $f'(x_0)$.



А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

12. Обчисліть значення виразу $\sin\alpha + \sin\beta$, якщо $\alpha - \beta = 180^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	інша відповідь

13. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{4}} 3 \cdot \log_4 x > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; +\infty)$	$(0; 4)$	$(0; 1)$	$(4; +\infty)$	$(-\infty; 1)$

14. Укажіть непарну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x^2 - 4$	$y = -x^2$	$y = x^3 - 1$	$y = \sqrt{x-2}$	$y = x^3 - x$

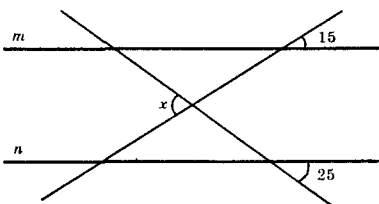
15. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{\sqrt{x+2}}{2^x - 1}$.

А	Б	В	Г	Д
$[-2; 0) \cup (0; +\infty)$	$[-2; +\infty)$	$(-2; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; -2]$	$x \neq 1$

16. Власник банкоматної картки забув останні дві цифри свого PIN-коду, але пам'ятає, що вони різні. Знайдіть імовірність того, що з першої спроби він отримає доступ до системи.

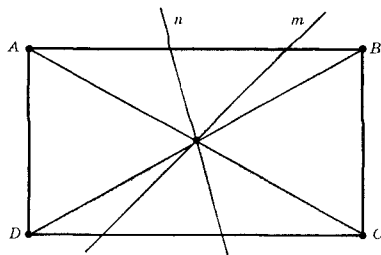
А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{90}$	$\frac{1}{100}$

17. Прямі m і n паралельні. Обчисліть величину кута x , зображеного на рисунку.



А	Б	В	Г	Д
40°	45°	50°	80°	140°

18. У прямокутнику $ABCD$ прямі m і n проходять через точку перетину діагоналей. Площа фігури, що складається з трьох зафарбованих трикутників, дорівнює 12 см^2 . Обчисліть площу прямокутника $ABCD$.



А	Б	В	Г	Д
24 см^2	30 см^2	36 см^2	42 см^2	48 см^2

19. Ортогональною проекцією відрізка з кінцями у точках $A(-1; 0; 5)$ і $B(-1; 0; 8)$ на координатну площину xOy є:

А	Б	В	Г	Д
пряма	промінь	відрізок	точка	фігура, що відрізняється від перелічених

20. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням куба навколо свого ребра, довжина якого a .

А	Б	В	Г	Д
$4a^3$	πa^3	$2\pi a^3$	$4\pi a^3$	$(2 + 2\sqrt{2})\pi a^2$

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь у зошит і перенесіть її до бланка А.

21. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності $\frac{x^2 + 2x - 3}{|x + 2|} < 0$.

Відповідь: _____

22. Обчисліть суму перших 20 членів арифметичної прогресії, якщо її перший член дорівнює 2, а сьомий — 20.

Відповідь: _____

23. Обчисліть значення виразу $\frac{53}{8 - \sqrt{11}} + \frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} - \frac{9}{\sqrt{13} + 2}$.

Відповідь: _____

24. (Задача Л. Пізанського, XII–XIII ст.) Дві вежі, одна з яких 40 футів, а друга — 30 футів заввишки, розташовано на відстані 50 футів одна від одної. До криниці, що знаходиться між ними, одночасно з обох веж злетіло по пташці. Рухаючись з однаковою швидкістю, вони прилетіли до криниці одночасно. Знайдіть відстань від криниці до найближчої вежі (у футах).

Відповідь: _____

25. Обчисліть значення виразу $\sin 2\alpha$, якщо $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{2}$.
Відповідь запишіть десятковим дробом.

Відповідь: _____

26. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{-2x}$.
Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, запишіть у відповідь їх добуток.

Відповідь: _____

27. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 24, \\ 2^y \cdot 3^x = 54. \end{cases}$ Запишіть у відповідь суму $x_0 + y_0$, якщо пара $(x_0; y_0) \in$ розв'язком системи рівнянь.

Відповідь: _____

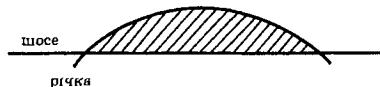
28. Обчисліть $\frac{1}{25} \cdot 9^{\log_4 \sqrt{14} + 0,5}$. Відповідь запишіть десятковим дробом.

Відповідь: _____

29. Відрізок 12 см завдовжки поділили на дві частини так, що сума площ квадратів, побудованих на цих частинах, стала найменшою. Обчисліть суму площ квадратів.

Відповідь: _____

30. Річка тече лугом і двічі перетинає шосе, утворюючи криву $y = 3x - x^2$. Яка площа лугу між шосе та річкою, якщо вважати, що лінія шосе збігається з віссю OX (див. рис.)? Одиниця довжини ~ 1 км.



Відповідь: _____ км²

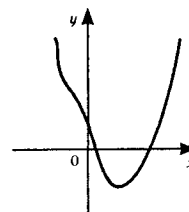
31. Знайдіть найменше значення параметра a , при якому система $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ (x-7)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ має єдиний розв'язок.

Відповідь: _____

32. На рисунку зображено графік функції $f(x) = x^4 - x^2 + bx + c$. Визначте знаки параметрів b і c .

У відповіді вкажіть номер правильного варіанта з наведених нижче.

1. $\begin{cases} b > 0, \\ c > 0. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} b > 0, \\ c < 0. \end{cases}$ 3. $\begin{cases} b < 0, \\ c > 0. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} b < 0, \\ c < 0. \end{cases}$



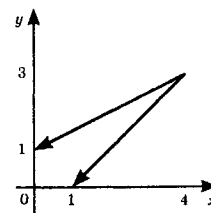
Відповідь: _____

33. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2x+5)\right) = 1 + (y-1)^8, \\ 4 \sin \frac{\pi y}{2} = 4x^2 + 4x + 5. \end{cases}$

Запишіть у відповідь добуток $x_0 y_0$, якщо пара $(x_0; y_0)$ є розв'язком системи рівнянь.

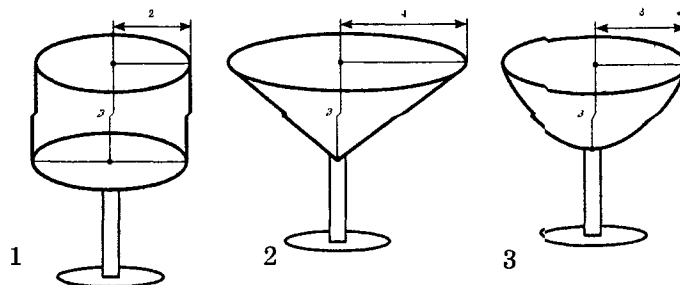
Відповідь: _____

34. Обчисліть скалярний добуток векторів, зображених на рисунку.



Відповідь: _____

35. Укажіть номер фужера, у який можна налити найбільше рідини.



Відповідь: _____

36. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см. Апофема утворює з площиною основи кут 60° . Обчисліть площу бічної поверхні піраміди (у см^2).

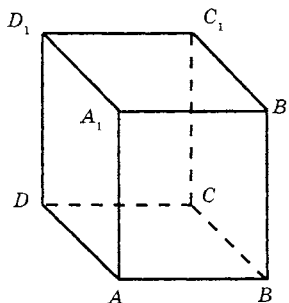
Відповідь: _____ см^2

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 37–38 запишіть у бланку Б.

37. Основою прямого паралелепіпеда є квадрат $ABCD$ зі стороною 3 см. Бічне ребро AA_1 дорівнює 4 см. Знайдіть площу перерізу паралелепіпеда площиною, що проходить через вершину A перпендикулярно до прямої BA_1 (у см^2).



38. Розв'яжіть рівняння $2(\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 2) + a^2 = 3a(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)$, якщо $x \neq \frac{\pi n}{2}$, де $n \in \mathbb{Z}$

Бланк відповідей до зошита з математики (позначте номер так: ☒)

УВАГА! Відмічайте тільки один варіант відповіді у рядку варіантів відповідей до кожного завдання. Дотримуйтесь, будь ласка, правил запису відповідей. У завданнях 21–36 правильну відповідь записуйте, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожному білому прямокутнику. Знак «мінус» записуйте в окремому білому прямокутнику ліворуч від цифри.

Наприклад: правильно записане число 3 буде **3**, чи так: **3**,**0**

правильно записане число 3,4 буде виглядати так:

		3	4		
--	--	---	---	--	--

правильно записане число $-3,04$ буде виглядати так:

	-	3	,	0	4	
--	---	---	---	---	---	--

Неправильно записане число 3,4 виглядає так: чи так: чи так:

Якщо Ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведених клітинках, розташованих внизу бланка відповідей.

У завданнях 1–20 правильну відповідь позначайте **тільки так**: ☒

	А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☒	☐	6	☐	☐	☐	☐	☒	11	☐	☒	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☒	☐
2	☒	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☒	☐	☐	12	☐	☐	☒	☐	☐	17	☒	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☒	8	☐	☐	☒	☐	☐	13	☐	☐	☒	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☒
4	☐	☐	☐	☒	☐	9	☐	☒	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☒	19	☐	☐	☐	☒	☐
5	☐	☐	☐	☒	☐	10	☐	☐	☐	☒	☐	15	☒	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☒	☐	☐

У завданнях 21–36 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

21	- 1	,		25	- 0	,	8	29	7 2	,		33	- 0	,	5
22	6 1 0	,		26	- 3	,		30	4	,	5	34	1 8	,	
23	1 0	,		27	4	,		31	- 8	,		35	3	,	
24	1 8	,		28	1	,	6 8	32	3	,		36	2 4	,	

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у відповідних клітинках

Завдання 1–20

Завдання 21–36

Номер задания		А	Б	В	Г	Д
		☐	☐	☐	☐	☐
		☐	☐	☐	☐	☐

Номер
завдання

■ Увага! Пишіть розв'язання завдань та відповіді у кожному рядку! ■

Завдання 37.

Розв'язання:

Нехай $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — даний паралелепіпед. За умовою пряма BA_1 перпендикулярна до січної площини. Побудуємо цей переріз.

У площині $(AA_1 B_1 B)$ проведемо $AM \perp BA_1$. Оскільки заданий паралелепіпед є прямокутником, то $DA \perp (AA_1 B_1 B)$, тоді $DA \perp BA_1$. Отже, площина $(AMD) \perp BA_1$. Січна площина перетинає паралелепіпед по бічних граях паралелепіпеда по паралельним прямим. Отже, $AM \parallel EN \parallel DA \parallel BM$. Чотирикутник $AMND$ є паралелограмом.

Поведемо що чотирикутник $AMND$ — прямокутник. Оскільки $DA \perp (AA_1 B_1 B)$, то $DA \perp$ до будь-якої прямої у цій площині, що проходить через точку A , тобто $DA \perp AM$.

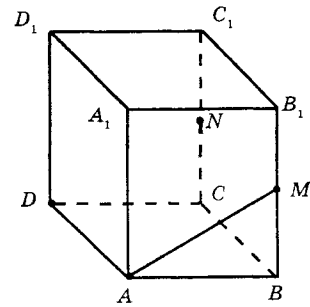
Отже, паралелограм $AMND$ — прямокутник. Знайдемо висоту прямокутника $AMND$.

$$A_1 B = 5.$$

Розглянемо трикутник $AA_1 B$ і $BA_1 M$. Оскільки це прямокутні трикутники, у яких $\angle ABA_1 = \angle A_1 M B$, то $\triangle AA_1 B \sim \triangle BA_1 M$ (за знаком подібності трикутників).

$$\frac{AA_1}{A_1 B} = \frac{BA}{AM}. \text{ Звідси } \frac{4}{5} = \frac{3}{AM}. \text{ Отже, } AM = \frac{15}{4}.$$

$$\text{Площа перерізу } S = AM \cdot MN = \frac{15}{4} \cdot 3 = 11,25 \text{ см}^2.$$



рисунок

Відповідь: $11,25 \text{ см}^2$.

Завдання 38.

Розв'язання:

Нехай $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = t$ (*), тоді $t^2 = (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2 = \operatorname{tg}^2 x + 2 \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}^2 x = \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 2$. Отже, згадав в умовах рівняння можна записати у такій формі:

$$t^2 - 2t + 2 = 0 (**).$$

Розв'язуємо квадратне рівняння відносно t .

$$t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{2a^2 - 8a^2}}{4} = \frac{2 \pm a}{4}; t_1 = \frac{a}{2}; t_2 = a$$

Оскільки $|t| \geq 2$, то:

1) якщо $t_1 = \frac{a}{2}$, то $|\frac{a}{2}| \geq 2$, тобто $|a| \geq 4$;

2) якщо $t_2 = a$, то $|a| \geq 2$.

Висновок: зворотимо заміну й розв'язуємо зва рівняння: $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{a}{2}$ (1) та $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = a$ (2)

Розв'язуємо 1-е рівняння.

Рівняння (1): нехай $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{a}{2}$, $\operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x} = \frac{a}{2}$, тоді

$$2 \operatorname{tg}^2 x - a \operatorname{tg} x + 2 = 0, \operatorname{tg} x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 16}}{4}, x = \arctg \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 16}}{4} + \pi k,$$

де $k \in \mathbb{Z}$ при умові, що $|a| \geq 4$.

Або:

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{a}{2}, \sin(2x) = \frac{4}{a}, x = \frac{(-1)^k}{2} \arcsin \frac{4}{a} + \frac{\pi k}{2},$$

$k \in \mathbb{Z}$.

Рівняння (2): нехай $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = a$, $\operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{tg} x} = a$, тоді

$$\operatorname{tg}^2 x - a \operatorname{tg} x + 1 = 0.$$

$$\text{Отже, } \operatorname{tg} x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4}}{2}, x = \arctg \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4}}{2} + \pi k, \text{ де } k \in \mathbb{Z}$$

при умові, що $|a| \geq 2$.

Або:

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = a, \sin(2x) = \frac{2}{a}, x = \frac{(-1)^k}{2} \arcsin \frac{2}{a} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Відповідь: якщо $a \in (-2; 2)$, то $x = \emptyset$; якщо $2 \leq |a| < 4$, то $x = \arctg \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4}}{2} + \pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$; якщо $|a| \geq 4$, то $x = \arctg \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 16}}{4} + \pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$, та $x = \arctg \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4}}{2} + \pi k$, де $k \in \mathbb{Z}$

Або: якщо $a \in (-2; 2)$, то $x = \emptyset$; якщо $2 \leq |a| < 4$, то $x = \frac{(-1)^k}{2} \arcsin \frac{2}{a} + \frac{\pi k}{2}$, де $k \in \mathbb{Z}$; якщо $|a| \geq 4$, то $x = \frac{(-1)^k}{2} \arcsin \frac{4}{a} + \frac{\pi k}{2}$, де $k \in \mathbb{Z}$, та $x = \frac{(-1)^k}{2} \arcsin \frac{4}{a} + \frac{\pi k}{2}$, де $k \in \mathbb{Z}$

ОЦІНЮВАННЯ ЗАВДАНЬ ТЕСТОВОГО ЗОШИТА З МАТЕМАТИКИ

1. Максимальна кількість балів, яку можна було набрати у 2006 році, правильно розв'язавши всі завдання зошита з математики, — **62**.

2. За кожне правильно виконане завдання *частини 1* учень одержує **1 бал**.

За кожне правильно виконане завдання *частини 2* учень одержує **2 бали**.

За правильно виконане завдання *частини 3* з геометрії учень одержує **4 бали**, а з алгебри і початків аналізу — **6 балів**.

Схеми оцінювання завдань з розгорнутою відповіддю

Геометрія

Схема оцінювання (1)

1. Правильно побудований переріз (чотирикутник $AMND$)* з дотриманням на рисунку паралельності відповідних відрізків та з посиланням на те, що $(AMND) \perp BA_1$, оцінюється **1 балом**.

2. Обґрунтування того, що чотирикутник $AMND$ — прямокутник, оцінюється ще **1 балом**.

3. Якщо учень правильно знайшов довжину відрізка AM будь-яким способом, він одержує ще **1 бал**. Тобто за правильно розв'язану задачу учень одержує **4 бали**.

Якщо учасник тестування припустився помилки при обчисленні довжини відрізка AM , яка призвела до неправильної відповіді у завданні, його результат (за умови правильного виконання п. 1 та п. 2) складатиме **3 бали**.

Схема оцінювання (2)

(Якщо учень використовує формулу $S_{\text{пр}} = S_{\text{пер}} \cdot \cos \varphi$)

1. Правильно побудований переріз (чотирикутник $AMND$)* з дотриманням на рисунку паралельності відповідних відрізків та з посиланням на те, що $(AMND) \perp BA_1$, оцінюється **1 балом**.

2. Якщо учень правильно обґрунтував, що кут MAB — лінійний кут двогранного кута при ребрі AD , то він одержує ще **1 бал**.

3. Якщо учень правильно обчислив $\cos \varphi$, то він одержує ще **1 бал**.

4. Якщо учень правильно знайшов площу перерізу, то він одержує ще **1 бал**.

Алгебра і початки аналізу

1. Якщо учень ввів заміну (*) та звів задане рівняння до рівняння (**) і правильно його розв'язав (виразив t_1 , t_2 через a (а саме: $t_1 = \frac{a}{2}$; $t_2 = a$)), то він одержує **1 бал**.

2. Якщо учень правильно розв'язав рівняння (1): $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{a}{2}$ та рівняння (2): $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = a$, то він одержує **3 бали**. (Або аналогічні рівняння, одержані з рівняння (**) іншим способом.)

Якщо він не записав обмеження на параметр a для розв'язку хоча б одного з цих рівнянь, він одержує ще тільки **2 бали**.

Примітка: учень може розв'язати рівняння (1) та (2) різними способами.

3. Якщо учень правильно записав усі розв'язки рівняння (див. **Відповідь** у розв'язанні), то він одержує ще **2 бали**.

Якщо учень при записуванні відповіді не виділяє ті значення параметра, при яких рівняння має різну кількість розв'язків, то він одержує тільки **1 бал**.

Якщо учень не вказує, що на проміжку $(-2; 2)$ коренів не має, але на інших проміжках відповідь указана правильно, то загальна кількість балів за завдання не зменшується.

За правильно розв'язане завдання учень одержує **6 балів**.

Якщо учень допустив помилку при розв'язуванні рівняння (**), яка призвела до відповідної помилки при записуванні відповіді, то загальний бал зменшується на **1 бал** (при умові правильного ходу розв'язування цього завдання).

* Враховуючи задані виміри прямокутного паралелепіпеда, пряма AM , що перпендикулярна BA_1 , перетне ребро BB_1 (а не його продовження). Тому у схемі не вимагається обґрунтування положення точки M .

ТРЕНУВАЛЬНІ ТЕСТИ

ТЕСТ 1

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x} = 2$.

А	Б	В	Г	Д
$x = \pm\sqrt{2}$	$x = \pm 4$	$x = 4$	$x = \sqrt{2}$	$\emptyset$

2. Спростіть вираз $\log_6(4 + \sqrt{4})$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}\log_6 4$	1	$3\log_6 4$	$\frac{1}{2}\log_6 4$

3. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = \frac{|x|}{x}$.

А	Б	В	Г	Д

4. Розв'яжіть рівняння $\cos x = 10 \sin x$.

А	Б	В	Г	Д
$\emptyset$	$(-1)^n \arcsin \frac{1}{10} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \arccos \frac{1}{10} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\operatorname{arctg} 10 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\operatorname{arccotg} 10 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5. Усі ребра тетраедра збільшили у 2 рази. У скільки разів збільшився об'єм тетраедра?

А	Б	В	Г	Д
у 2 рази	у 4 рази	у 8 разів	у 12 разів	у 16 разів

6. Дзвінок дзвенить кожні 30 хвилин, починаючи з 12.05. У який із вказаних моментів часу він продзвенить?

А	Б	В	Г	Д
16.15	17.30	18.35	19.45	20.10

7. У ромбі $ABCD$ сума кутів A і C дорівнює 180° . Знайдіть градусну міру кута B .

А	Б	В	Г	Д
30°	45°	60°	90°	120°

8. Знайдіть множину значень функції $y = \log_5 x \cdot \log_x 5$.

А	Б	В	Г	Д
$\{-5\}$	$\{5\}$	$(0; 1) \cup (1; +\infty)$	$\{1\}$	$\{-1\}$

9. Знайдіть кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо кут між векторами $\vec{a}$ і $4\vec{b}$ дорівнює 60° .

А	Б	В	Г	Д
15°	30°	45°	60°	120°

10. Якщо $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, то $\frac{1}{y} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2x}{3}$	$\frac{2}{3x}$	$\frac{3x}{2}$	$\frac{3}{2x}$	$\frac{6}{x}$

11. Знайдіть область визначення функції $y = \arccos(1 + x)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$[-1; 1]$	$[-2; 0]$	$[0; 2]$	$[-2; 2]$

12. Скільки коренів має рівняння $\frac{3}{x^2 - 9} = 0$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

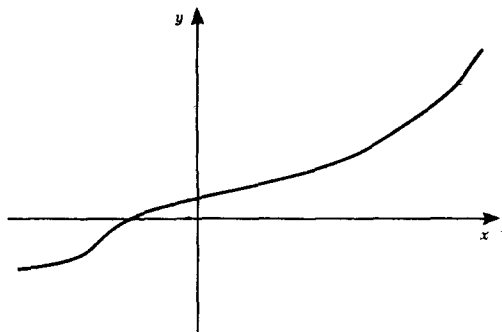
13. Площа сфери дорівнює 8π . Знайдіть її радіус.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{6}$	$\sqrt{6}$	2	$\sqrt{2}$

14. Обчисліть $\cos(210^\circ)$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	інша відповідь

15. На рисунку зображено графік строго зростаючої на $\mathbb{R}$ функції $y = f(x)$. У яких координатних чвертях лежать точки графіка функції, оберненої до $f(x)$?



А	Б	В	Г	Д
у всіх, крім першої	у всіх, крім другої	у всіх, крім третьої	у всіх, крім четвертої	у всіх чотирьох

16. Після вступної кампанії п'ятеро щасливих студентів здійснили подорож до Чорного моря, замовивши для цього автомобіль з водієм на 5 пасажирських місць. Директор фірми, до якої звернулися друзі, запропонував їм такий відпочинок щороку і кожного разу сідати у той самий автомобіль іншим способом. Після того як усі способи будуть вичерпані, їх возитимуть до казкового куточка кримської природи безкоштовно. Коли настане цей день?

А	Б	В	Г	Д
через 120 років	через 100 років	через 75 років	через 50 років	через 24 роки

17. Виберіть правильне співвідношення, якщо $a = \sqrt{2\sqrt{3}}$, а $b = \sqrt[5]{2\sqrt{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
$a < b$	$a > b$	$a = b$	$a + b = 1$	$a \cdot b = 1$

18. Розв'яжіть нерівність $\frac{2x-1}{x} < 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(1; +\infty)$	$(-\infty; 1)$	$(0; 1)$	$(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

19. Серед наведених рівнянь укажіть рівняння прямої, паралельної прямій $y - 2x = 3$.

А	Б	В	Г	Д
$2y + x = 3$	$2y - x = 3$	$y - x = 3$	$y + 2x = 1$	$y - 2x = 1$

20. Обчисліть значення виразу $\sqrt{(\sqrt{3} - a)^2} + \sqrt{a^2}$ при $a = -2$.

А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3} - 4$	$4 - \sqrt{3}$	$4 + \sqrt{3}$

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Ресторан швидкого харчування у рекламних цілях спочатку знизив ціну на комплексний обід на 20 %, але потім підвищив її на n %. У результаті кінцева ціна стала на 20 % більшою від початкової. Знайдіть n .

Відповідь: _____

22. Знайдіть найбільше значення функції $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$ на проміжку $[-5; -1]$.

Відповідь: _____

23. Обчисліть $\cos 4\alpha$, якщо $\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{0,8}$.

Відповідь: _____

24. Основи трапеції дорівнюють 8 см та 15 см. Кути при більшій основі дорівнюють 15° і 75° . Знайдіть довжину відрізка, що з'єднує середини основ (y см).

Відповідь: _____

25. Знайдіть найбільше ціле число, яке є розв'язком нерівності $(\sin 2)^{x^2 - 5x} > \sin^6 2$. Якщо такого числа не існує, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: _____

26. Впорядкуйте величини за зростанням: $a = \operatorname{arctg}(-10)$, $b = \operatorname{arctg} 10$, $c = \lg 10$. У відповіді вкажіть номер правильного варіанта із наведених нижче:

1) $a < c < b$; 2) $a < b < c$; 3) $b < c < a$; 4) $b < a < c$; 5) $c < a < b$; 6) $c < b < a$.

Відповідь: _____

27. Знайдіть добуток коренів рівняння $\log_2(4^x + 32) = x + \log_2 12$.

Відповідь: _____

36. Дерев'яний кубик з ребром 1 має масу $6\sqrt{2}$ кг. Обчисліть масу правильної чотирикутної піраміди, усі ребра якої дорівнюють 2, якщо вона зроблена із того ж дерева, що й кубик.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. Дано правильний шестикутник $ABCDEF$ зі стороною 2 см. Знайдіть:

- а) площу шестикутника;
- б) значення параметра λ , при якому вектори $\lambda \cdot \overline{AB} + \overline{AD}$ і $\overline{AF}$ перпендикулярні;
- в) довжину вектора $\overline{AK} + \overline{AM} + \overline{AN} + \overline{AP}$, де точки K, M, N, P — середини сторін AB, CD, DE і FA відповідно.

38. Задано функцію $f(x) = \frac{\sqrt{2 - x^2} + 2x + x - 2}{\log_3(2,5 - x) + \log_3 2}$. Знайдіть:

- а) область визначення функції;
- б) нулі заданої функції;
- в) усі розв'язки нерівності $f(x) \leq 0$.

Бланк відповідей до зошита з **математики** (позначте номер так: ☒) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

УВАГА! Відмічайте тільки один варіант відповіді у рядку варіантів відповідей до кожного завдання. Дотримуйтесь, будь ласка, правил запису відповідей. У завданнях 21–36 правильну відповідь записуйте, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожному білому прямокутнику. Знак «мінус» записуйте в окремому білому прямокутнику ліворуч від цифри.

Наприклад: правильно записане число 3 буде виглядати так: ☐ ☐ ☐ **3** ☐ ☐ ☐ чи так: ☐ ☐ ☐ **3** ☐ **0** ☐ ☐

правильно записане число 3,4 буде виглядати так: ☐ ☐ ☐ **3** ☐ **4** ☐ ☐

правильно записане число –3,04 буде виглядати так: ☐ ☐ **-** ☐ **3** ☐ **0** ☐ **4** ☐

Неправильно записане число 3,4 виглядає так: ☐ **3** ☐ ☐ ☐ **4** ☐ ☐ чи так: ☐ ☐ ☐ **3** ☐ ☐ ☐ **4** чи так: ☐ **3** ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ **4**

Якщо Ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведених клітинках, розташованих внизу бланка відповідей.

У завданнях 1–20 правильну відповідь позначаєте **тільки так:** ☒

А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	6	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐

У завданнях 21–36 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

21	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	33	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
22	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	34	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
23	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	31	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	35	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
24	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	32	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	36	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у відповідних клітинках

Завдання 1–20

Завдання 21–36

Номер завдання

А	Б	В	Г	Д
☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐

Номер завдання

☐	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐

ТЕСТ 2

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Із квадрата утворили новий квадрат, площа якого більша від площі початкового на 44 %. На скільки відсотків збільшилась сторона квадрата?

А	Б	В	Г	Д
на 11 %	на 12 %	на 20 %	на 22 %	на $\sqrt{44}$ %

2. Скільки розв'язків має рівняння $\sin x = \sin 1$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

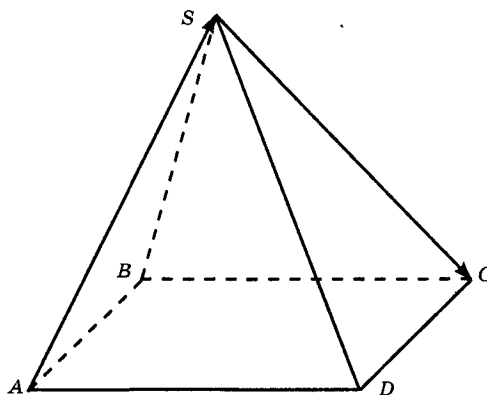
3. Скільки олівців можна купити за z гривень, якщо x олівців коштують y копійок?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{100zy}{x}$	$\frac{zy}{x}$	$\frac{100zx}{y}$	$\frac{zx}{y}$	$\frac{zx}{100y}$

4. Графік якої з наведених функцій перетинає вісь ординат?

А	Б	В	Г	Д
$y = \frac{1}{x}$	$y = \log_2 x$	$y = (x + 4)^2$	$y = \operatorname{ctg} x$	$y = \sqrt{x - 1}$

5. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди $SABCD$ дорівнює 1. Обчисліть довжину вектора $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC}$.



А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	2	1	$\sqrt{2}$	відповідь залежить від довжин бічних ребер піраміди

6. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{2x} > \frac{1}{x}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$	$(1; 2)$	$(-2; -1)$	$(-\infty; -1)$

7. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{\lg x}$.

А	Б	В	Г	Д
$[1; +\infty)$	$(1; +\infty)$	$[0; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(0; 1]$

8. Обчисліть $\frac{3}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$.

А	Б	В	Г	Д
0	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{13}{6}$	3

9. Знайдіть внутрішній кут правильного десятикутника.

А	Б	В	Г	Д
10°	100°	36°	72°	144°

10. Задано цифри 0, 1, 2, 3, 4. Знайдіть кількість п'ятицифрових чисел, кратних десяти, які можна утворити із цих цифр, використовуючи кожен лише один раз.

А	Б	В	Г	Д
256	24	40	64	120

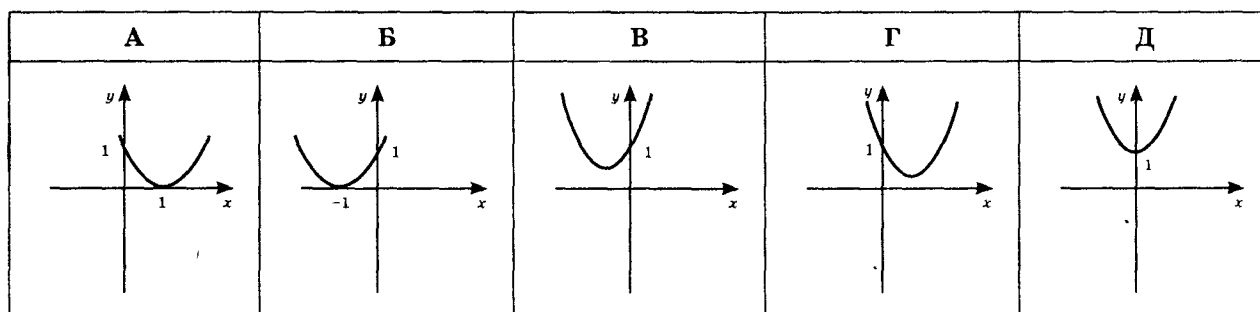
11. Якщо $\log_6 5 = a$, то $\log_{36} 25 = \dots$

А	Б	В	Г	Д
a	a^2	$\frac{a}{4}$	$4a$	$\frac{5}{6}a$

12. Обчисліть суму коренів рівняння $2x^2 - 4x - 9 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-4	4	-2	2	рівняння коренів не має

13. Серед наведених графіків укажіть графік функції $y = x^2 + 2x + 1$.



14. Обчисліть $\sin^2\left(\arctg \frac{1}{3}\right) + \cos^2\left(\arctg \frac{1}{3}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	1

15. Знайдіть найбільше значення функції $y = \operatorname{tg} x \cdot \sin 2x$.

А	Б	В	Г	Д
такого значення не існує	1	2	3	4

16. Дано площину α і точку P . Скільки існує різних площин, що проходять через точку P , перпендикулярних до площини α ?

А	Б	В	Г	Д
одна	жодної або безліч	одна або безліч	жодної	безліч

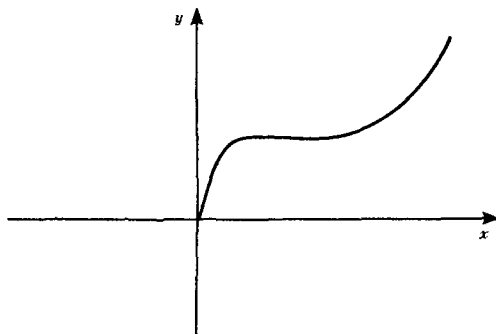
17. Укажіть інтервал, якому належить число $\sqrt[4]{64}$.

А	Б	В	Г	Д
(1; 2]	(2; 3]	(3; 4]	(4; 5]	(5; 6]

18. Розв'яжіть нерівність $\cos x \geq -5$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$\emptyset$	$[-5; +\infty)$	$(-\infty; -5]$	$[\arccos(-5); +\infty)$

19. Графік функції $y = f(x)$, зображеної на рисунку, лежить лише у першій координатній чверті. Укажіть функцію, графік якої лежить лише у третій координатній чверті.



А	Б	В	Г	Д
$y = f(x)$	$y = -f(x)$	$y = f(-x)$	$y = -f(-x)$	$y = f(x) $

20. Обчисліть $\sqrt{\sin^2(210^\circ)}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Сторони трикутника дорівнюють 1, $3\sqrt{2}$ і 5. Знайдіть найбільший із кутів трикутника (у градусах).

Відповідь: _____

22. Обчисліть значення виразу $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \right)^2$ при $a = 100$, $b = 50$.

Відповідь: _____

23. Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності $(x + 5)(x - 4)^2(x - 3) \leq 0$.

Відповідь: _____

24. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю, що змінюється за законом $v(t) = 2t + 3$ м/с. Знайдіть шлях (у метрах), який проходить тіло за інтервал часу від $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с.

Відповідь: _____

25. Знайдіть середню швидкість автомобіля (у км/год) за весь час його руху, якщо першу третину шляху він проїхав зі швидкістю 40 км/год, а решту шляху — зі швидкістю 70 км/год.
- Відповідь: _____
26. Через вершину конуса з радіусом основи 4 см проведено площину, що перетинає його основу по хорді, яку видно з центра основи під кутом 120° , а з вершини конуса — під кутом 90° . Обчисліть площу перерізу (у см^2).
- Відповідь: _____
27. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^2 - x}{(x + 5)^2} = \frac{30}{(x + 5)^2}$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.
- Відповідь: _____
28. Обчисліть $\log_{x^2+9}(81 + 18x^2 + x^4)$.
- Відповідь: _____
29. Знайдіть значення параметра a , при якому функція $y = 2\sqrt{3}(ax + 1)$ є зростаючою і перетинає вісь абсцис під кутом 60° .
- Відповідь: _____
30. Знайдіть $x - y$, якщо пара $(x; y)$ є розв'язком системи рівнянь $\begin{cases} \lg x - \lg y = 1, \\ \lg x + \lg y = 3. \end{cases}$
- Відповідь: _____
31. У прямокутному паралелепіпеді відношення довжин сторін основи дорівнює 3 : 1. Його діагональним перерізом є квадрат, площа якого — 25 см^2 . Обчисліть об'єм паралелепіпеда (у см^3).
- Відповідь: _____
32. Знайдіть найбільше значення функції $y = \frac{|\sin x|}{\sin x}$ на інтервалі $(3\pi; 4\pi)$.
- Відповідь: _____
33. Розв'яжіть рівняння $(x - 4)\sqrt{x^2 - 8x - 9} = 0$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповідь запишіть їх суму.
- Відповідь: _____
34. Спростіть вираз $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 \sin^2 2\alpha$ і обчисліть його значення при $\alpha = \frac{\pi}{10}$.
- Відповідь: _____
35. Скільки коренів має рівняння $3^x = \operatorname{ctg} x$ на проміжку $[0; 10\pi]$?
- Відповідь: _____

36. Знайдіть значення параметра a , при якому коло $(x - 9)^2 + (y - 4)^2 = a$ дотикається до осі ординат.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. Основою чотирикутної піраміди $PABCD$ є квадрат $ABCD$. Ребро BP перпендикулярне до площини основи піраміди. Точка K — середина ребра PC . Площина (BKD) утворює з площиною основи піраміди кут α . Знайдіть площу трикутника BKD , якщо довжина ребра BP дорівнює h .

38. Задано нерівність $\log_{x^2+y^2-3}(2x^2+2y^2-12) \leq 1$.

а) Знайдіть множину допустимих значень x та y .

б) Побудуйте у прямокутній декартовій системі координат множину точок $(x; y)$, координати яких задовольняють задану нерівність.

в) Знайдіть площу фігури з пункту б).

ТЕСТ 3

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Спростіть вираз $(1 - \sqrt{8})^2 + 4\sqrt{2}$.

А	Б	В	Г	Д
9	$9 + 8\sqrt{2}$	-7	$-7 + 4\sqrt{2}$	$-7 + 8\sqrt{2}$

2. Знайдіть найменше значення функції $y = x^4 - 10x^2 + 25$.

А	Б	В	Г	Д
-25	1	-10	0	25

3. Площа діагонального перерізу куба дорівнює $5\sqrt{2}$ см². Знайдіть площу повної поверхні куба.

А	Б	В	Г	Д
$25\sqrt{2}$ см ²	30 см ²	$20\sqrt{3}$ см ²	40 см ²	$15\sqrt{6}$ см ²

4. Обчисліть суму нескінченної геометричної прогресії (b_n) , другий член якої $b_2 = 16$, а знаменник $q = \frac{2}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
14,4	$\frac{32}{9}$	72	32	8

5. Розв'яжіть нерівність $|-x| < x$.

А	Б	В	Г	Д
$x \in (-\infty; +\infty)$	$x \in (-\infty; 0)$	$x \in (0; +\infty)$	$x = 0$	$\emptyset$

6. Яка з наведених функцій є оберненою до функції $y = \log_2(x + 1)$?

А	Б	В	Г	Д
$y = 2^{x-1}$	$y = 2^{x+1}$	$y = 2^x - 1$	$y = \sqrt{x+1}$	$y = (x+1)^2$

7. Діагоналі ромба дорівнюють 12 см і 16 см. Знайдіть радіус кола, вписаного в цей ромб.

А	Б	В	Г	Д
4,8 см	4 см	5,2 см	5 см	4,25 см

8. Скільки коренів має рівняння $\pi^x = \sin x$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

9. Скоротіть дріб $\frac{x^2 - 12x + 36}{x^2 - 36}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{x+6}{x-6}$	$\frac{x-3}{x+6}$	$\frac{x-6}{x+6}$	$\frac{x+3}{x-6}$

10. Три точки А, В, С ділять коло на дуги, довжини яких відносяться як 2 : 3 : 4. Знайдіть найбільший кут трикутника АВС.

А	Б	В	Г	Д
90°	120°	80°	75°	100°

11. Якщо $2 \leq a \leq 3$ і $3 \leq b \leq 4$, то для $\frac{a}{b}$ має місце нерівність...

А	Б	В	Г	Д
$6 \leq \frac{a}{b} \leq 12$	$\frac{1}{2} \leq \frac{a}{b} \leq 1$	$\frac{2}{3} \leq \frac{a}{b} \leq \frac{3}{4}$	$8 \leq \frac{a}{b} \leq 9$	$1 \leq \frac{a}{b} \leq 2$

12. Укажіть функцію, найменший додатний період якої $T = 4\pi$.

А	Б	В	Г	Д
$y = 2 \cos 4x$	$y = \frac{1}{4} \sin\left(\frac{x}{4}\right)$	$y = \frac{1}{4} \operatorname{tg} 2x$	$y = 2 \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right)$	$y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

13. Спростіть вираз $\frac{\operatorname{tg} 24^\circ + \operatorname{tg} 21^\circ}{1 - \operatorname{tg} 21^\circ \cdot \operatorname{tg} 24^\circ}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\operatorname{tg} 3^\circ$	-1	$-\operatorname{ctg} 3^\circ$	$-\operatorname{tg} 3^\circ$

14. Точка M симетрична точці $K(2; 1; -2)$ відносно точки $A(-1; 3; 0)$. Знайдіть суму координат точки M .

А	Б	В	Г	Д
-1	0	2	3	-4

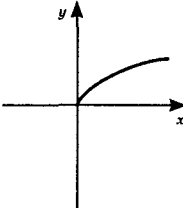
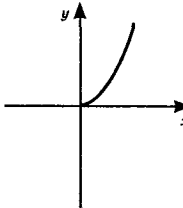
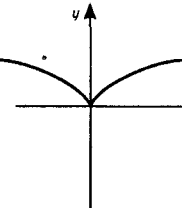
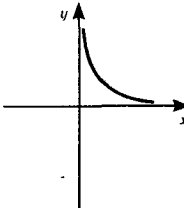
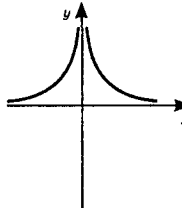
15. Знайдіть тангенс кута нахилу дотичної до графіка функції $y = 4\sqrt{x+3}$ в точці $A(1; 16)$ до додатного напрямку осі абсцис.

А	Б	В	Г	Д
-2	1	2	4	0

16. Обчисліть значення виразу $\frac{\log_8 3}{\log_2 3}$.

А	Б	В	Г	Д
3	$\frac{1}{3}$	9	$\sqrt{3}$	-3

17. Укажіть ескіз графіка функції $y = x^{\frac{2}{3}}, x \in \mathbb{R}$.

А	Б	В	Г	Д
				

18. Розв'яжіть рівняння $\sin x = \cos x$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

19. У абітурієнта є 4 різних підручника з математики і 3 різних підручника з хімії. Скількома способами їх можна розставити на полиці так, щоб усі підручники з математики й усі підручники з хімії стояли поруч (тобто жоден підручник з математики НЕ може стояти між двома підручниками з хімії і жоден підручник з хімії НЕ може стояти між двома підручниками з математики)?

А	Б	В	Г	Д
12	64	81	144	12!

20. В одному класі навчається 20 учнів, з яких 15 % — відмінники, а у другому — 25 учнів, 24 % з яких — відмінники. На урочистих зборах присутні всі учні обох класів. Скільки відсотків із присутніх є відмінниками?

А	Б	В	Г	Д
47 %	23,5 %	17 %	30 %	20 %

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y = x^2 - 6x + 9$ і $y = 5 - x$.

Відповідь: _____

22. Виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см, 4 см і 12 см. Знайдіть $\cos^{-1} \alpha$, де α — кут нахилу діагоналі паралелепіпеда до площини грані зі сторонами 3 см і 4 см.

Відповідь: _____

23. Знайдіть значення виразу $(a - 3)^2 \cdot \left(\frac{1}{9 - a^2} + \frac{2}{a^2 - 6a + 9} \right) + \frac{2a}{a + 3}$ при $a = \sqrt[4]{2}$.

Відповідь: _____

24. Розв'яжіть рівняння $(\sqrt{x} - 6)(x^4 - 29x^2 + 100) = 0$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх суму.

Відповідь: _____

25. Знайдіть кількість цілих розв'язків нерівності $\log_{\sin 2}(2x^2 - x - 3) \geq \log_{\sin 2}(x^2 + 17)$.

Відповідь: _____

26. Парабола проходить через точки $A(-1; 0)$, $B(0; 2)$ і $C(3; 0)$. Знайдіть ординату вершини параболи. У разі необхідності відповідь округліть до сотих.

Відповідь: _____

27. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює 32 см, а бічна сторона — 20 см. Знайдіть відстань між точкою перетину медіан і точкою перетину бісектрис трикутника. У разі необхідності відповідь округліть до десятих.

Відповідь: _____

28. Знайдіть найменше значення функції $y = \log_{0,2}(5 \sin^2 x + \cos^2 x)$, якщо воно існує. Якщо найменшого значення функції не існує, то у відповідь запишіть число (-100) .

Відповідь: _____

29. Відомо, що $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Знайдіть $\sqrt{2} \sin 2\alpha$. Результат округліть до сотих.

Відповідь: _____

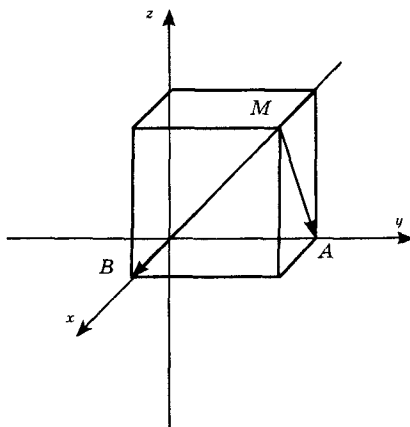
30. Розв'яжіть рівняння $\frac{10}{\sqrt{x-5}} - \sqrt{x-5} = 3$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх добуток.

Відповідь: _____

31. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{-x^2 + 2|x| + 3}$. Якщо $D(y)$ є скінченним проміжком, то у відповідь запишіть його довжину, а якщо нескінченним проміжком, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: _____

32. Відомо, що $M(1; 2; 3)$, точка A лежить на осі ординат, а точка B — на осі абсцис (див. рисунок). Знайдіть скалярний добуток векторів $\overrightarrow{MA}$ і $\overrightarrow{MB}$.



Відповідь: _____

33. При якому НАЙМЕНШОМУ значенні параметра a система рівнянь $\begin{cases} |x| + |y| = 3, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$ має рівно чотири розв'язки?

Відповідь: _____

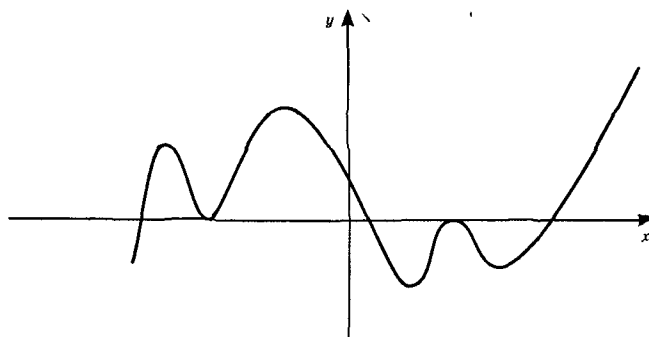
34. Басейн наповнюється одночасно чотирма трубами за 4 години. Якщо одночасно працюватимуть перша, друга та четверта труби, то басейн наповниться за 6 годин, а якщо друга, третя та четверта — за 5 годин. За скільки годин друга та четверта труби, працюючи одночасно, наповнять 7 таких басейнів?

Відповідь: _____

35. Обчисліть значення виразу $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{23} + \sqrt{25}}$.

Відповідь: _____

36. На рисунку зображено графік функції $y = f'(x)$. Скільки точок екстремуму має функція $y = f(x)$?



Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. Основа висоти трикутної піраміди $ABCD$, проведеної із вершини D , збігається з точкою перетину висот трикутника ABC . Відомо, що $BD = 6$, $CD = 8$, $BC = 10$.

- Доведіть, що бічні грані піраміди є прямокутними трикутниками.
- Знайдіть відношення площ граней ADB і ADC .

38. Задано рівняння $4^x + 3 \cdot 6^x - a \cdot 9^x = 0$.

- Розв'яжіть рівняння при $a = -2$.
- Знайдіть усі значення параметра a , при яких задане рівняння не має коренів.

ТЕСТ 4

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Серед наведених чисел виберіть найбільше.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{23}{24}$	$\frac{24}{25}$	$\frac{25}{26}$	$\frac{26}{27}$	$\frac{27}{28}$

2. Розв'яжіть рівняння $\pi \cdot \cos x = \arcsin 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2} + 2n, n \in Z$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$	$\emptyset$

3. У класі було 25 учнів, із яких англійську мову вивчало 40%. Після канікул клас поповнило 5 новачків, причому всі вони вивчали англійську мову. Скільки відсотків учнів вивчає англійську мову після приходу новачків?

А	Б	В	Г	Д
40%	45%	50%	55%	60%

4. Укажіть функцію, яка зростає на проміжку $(-1; +\infty)$.

А	Б	В	Г	Д
$y = -\frac{2}{x}$	$y = x - 2 $	$y = \sqrt{2 - x}$	$y = \log_2 x$	$y = 2^x$

5. Обчисліть $\sqrt{2\sqrt{8}} - \sqrt{4\sqrt{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
0	$4 - 2\sqrt{2}$	$4 - 2\sqrt[4]{2}$	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt[4]{2} - 2\sqrt{2}$

6. У трикутнику один із кутів дорівнює 30° , а різниця двох інших становить 50° . Знайдіть найбільший кут трикутника.

А	Б	В	Г	Д
80°	90°	100°	110°	120°

7. Відомо, що $f(x) = \sqrt{x} + 1$, $g(x) = x^2$, $h(x) = f(g(x))$. Знайдіть $h(-1)$.

А	Б	В	Г	Д
-1	0	1	2	функція $h(x)$ невизначена в точці $x = -1$

8. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{-x} \leq 2$.

А	Б	В	Г	Д
$x \in (-\infty; -4]$	$x \in [-4; 0]$	$x \in [0; 4]$	$x \in [-4; +\infty)$	$\emptyset$

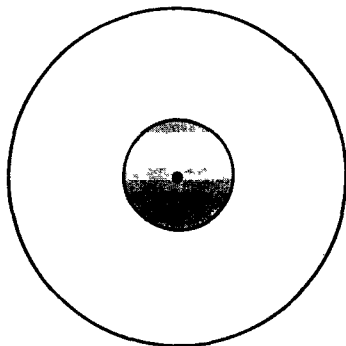
9. У правильній чотирикутній призмі бічне ребро дорівнює 3 см, а площа повної поверхні $S = 32 \text{ см}^2$. Знайдіть сторону основи призми.

А	Б	В	Г	Д
2 см	$2\frac{1}{3} \text{ см}$	$2\sqrt{7} \text{ см}$	3 см	$3\frac{1}{2} \text{ см}$

10. Відомо, що $\cos \alpha - \sin \alpha = 0,5$, а $\cos \alpha + \sin \alpha = 0,7$. Знайдіть $\cos 2\alpha$.

А	Б	В	Г	Д
1,4	0,35	-0,2	0,2	$-\frac{5}{7}$

11. У крузі діаметра $d = 6 \text{ см}$ навмання обирають точку. Яка ймовірність того, що вона буде віддалена від центра круга не більш ніж на 1 см?



А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

12. Закон руху матеріальної точки задано функцією $S = t^2 + t + 2$, де S — відстань від початку відліку в метрах, а t — час від початку руху в секундах. Знайдіть миттєву швидкість матеріальної точки через 3 секунди після початку руху.

А	Б	В	Г	Д
7 м/с	9 м/с	5 м/с	8 м/с	6 м/с

13. У круг радіуса $r = 2$ вписано правильний шестикутник. Знайдіть площу шестикутника.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{27}$	$2\sqrt{6}$	$8\sqrt{2}$	12	$6\sqrt{3}$

14. Якщо $\log_c a = x$, а $\log_c b = y$, то $\frac{x+y}{2} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\log_c \left(\frac{a+b}{2} \right)$	$\log_c \left(\frac{ab}{2} \right)$	$\log_c \sqrt{a+b}$	$\log_c \sqrt{ab}$	$\sqrt{\log_c ab}$

15. Укажіть множину значень функції $y = \frac{1}{2 + \sin x}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$[-1; 1]$	$(0; 1]$	$\left[0; \frac{1}{2} \right]$	$\left[\frac{1}{3}; 1 \right]$

16. Скільки розв'язків має рівняння $\lg x + \lg(x+1) = \lg 2$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	чотири	більше чотирьох

17. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y = 0$; $y = 3x$; $y = 4 - x$.

А	Б	В	Г	Д
6	4,5	4	1,5	0,5

18. В арифметичній прогресії третій член дорівнює 25, а шостий дорівнює 10. Знайдіть різницю прогресії.

А	Б	В	Г	Д
15	5	-5	-15	7,5

19. Укажіть найбільший натуральний розв'язок нерівності $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{x^2} \geq \frac{1}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	8

20. Об'єм конуса дорівнює 100π см³, а радіус основи $r = 5$ см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

А	Б	В	Г	Д
30π см ²	45π см ²	55π см ²	65π см ²	75π см ²

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Розв'яжіть рівняння $(x^2 + 8x)(x^2 + 8x - 6) - 280 = 0$. У відповіді вкажіть суму всіх дійсних коренів рівняння.

Відповідь: _____

22. (Задача зі збірника задач з математики ХІХ ст.) Хазяїн обіцяв наймиту за рік роботи 10 карбованців і свитку. Однак через 7 місяців наймит вирішив піти і при розрахунку одержав 4 карбованці і свитку. Скільки карбованців коштувала свитка?

Відповідь: _____

23. Обчисліть $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$.

Відповідь: _____

24. Розв'яжіть нерівність $(2x + 3)^2 - (x + 1)(x - 10) < 43$. У відповідь запишіть кількість цілих розв'язків. Якщо цілих розв'язків нескінченна кількість, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: _____

25. При яких значеннях параметрів a і b графік функції $y = x^2 + ax + b$ проходить через точки $A(1; -1)$ і $B(3; -3)$? У відповідь запишіть добуток параметрів a і b .

Відповідь: _____

26. Знайдіть кількість коренів рівняння $\frac{\cos x + 5 \sin x}{\cos x + 3 \sin x} = 2$ на проміжку $[-\pi; 2\pi]$.

Відповідь: _____

27. Знайдіть ту первісну $F(x)$ функції $f(x) = \frac{8}{\sqrt{4x+1}}$, графік якої проходить через точку $M(2;14)$.
У відповідь запишіть значення $F(6)$.

Відповідь: _____

28. Обчисліть значення виразу $\frac{1 + \log_a^3 b}{\log_a ab(\log_b a - 1 + \log_a b)}$ при $a = \sqrt[3]{4}$, $b = \sqrt{2}$.

Відповідь: _____

29. Дано координати вершин трикутника ABC : $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 2)$, $C(0; 0; 4)$. Знайдіть косинус кута A трикутника.

Відповідь: _____

30. Знайдіть знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 - b_1 = 9$, а $b_2 + b_3 + b_4 = -6$.

Відповідь: _____

31. Число 10 записали у вигляді суми двох чисел, добуток яких найбільший. Знайдіть суму квадратів цих чисел.

Відповідь: _____

32. Кути трикутника дорівнюють 15° , 60° і 105° , а радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює 40 см. Знайдіть площу трикутника (у см^2). Результат округліть до десятих, скориставшись, у разі необхідності, наближеними рівностями: $\sqrt{2} \approx 1,41$; $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Відповідь: _____

33. При якому НАЙМЕНШОМУ значенні параметра a рівняння $(a^2 - 1)x^2 + (2a - 1)x + 1 = 0$ має рівно один корінь.

Відповідь: _____

34. Розв'яжіть нерівність $10^x - 5 \cdot 2^x - 8 \cdot 5^x + 40 \leq 0$. Якщо розв'язок нерівності є відрізком, то у відповідь запишіть його довжину. Якщо розв'язок нерівності є нескінченним проміжком, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: _____

35. Знайдіть область визначення функції $y = \log_{x+3}(8 - 7x - x^2)$. У відповідь запишіть кількість цілих чисел, які належать області визначення.

Відповідь: _____

36. Переріз циліндра, паралельний його осі, є квадратом зі стороною 2 см. Цей переріз перетинає нижню основу циліндра по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом 90° . Знайдіть об'єм циліндра (у см^3). Відповідь округліть до сотих, використавши, у разі необхідності, наближену рівність $\pi \approx 3,14$.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. Трикутник ABC , сторона AB якого дорівнює 4 см і кут A дорівнює 60° , вписано в коло радіуса $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть:
- а) довжину сторони BC ;
 - б) довжину середньої лінії трикутника, яка паралельна AC ;
 - в) відстань між точками кола, у яких пряма, що містить середню лінію трикутника ABC , паралельну до сторони AC , перетинає коло.
38. Задана нерівність $|x + a| + |y + 2a| \leq 1$.
- а) Обчисліть площу фігури, яка визначається розв'язками нерівності при $a = 0$.
 - б) Знайдіть значення a , при яких геометрична фігура має лише одну спільну точку з віссю ординат.
 - в) Визначте максимальне значення параметра a , при якому вісь абсцис ділить задану фігуру на дві частини, площі яких відносяться як 1 : 7.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Номер завдання

ТЕСТ 5

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Графік якої з наведених функцій проходить через точку $A(2; -1)$?

А	Б	В	Г	Д
$y = \sqrt{1-x}$	$y = \ln(3-x)$	$y = \frac{2x-3}{x-1}$	$y = \sin \frac{\pi x}{2}$	$y = \sqrt[3]{5-3x}$

2. Знайдіть перший додатний член арифметичної прогресії: $-2,1; -1,7; -1,3; \dots$

А	Б	В	Г	Д
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

3. Скільки натуральних розв'язків має нерівність $(3x-2)(3x+2) - 3x(x-4) \leq 44$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	два	сім	п'ять	безліч

4. У круг вписано квадрат. Знайдіть відношення площі круга до площі квадрата.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	π

5. Знайдіть значення виразу $\frac{x^2-x}{2x+2} \cdot \left(\frac{2x+6}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x} \right)$ при $x = 0,125$.

А	Б	В	Г	Д
1	-0,5	0,25	0,125	-0,25

6. Квадрат зі стороною $\sqrt{2}$ обертають навколо діагоналі. Знайдіть площу поверхні тіла обертання.

А	Б	В	Г	Д
$2\pi\sqrt{3}$	$\pi\sqrt{6}$	$2\pi\sqrt{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\pi\sqrt{2}$

7. Знайдіть значення добутку $x \cdot y$, де $(x; y)$ — розв'язок системи рівнянь $\begin{cases} 3x - 4y = 17, \\ 2x + 3y = 0. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
4	-8	5	-6	0

8. Знайдіть найбільше значення функції $y = \log_{0,5}(2 + \sin x)$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

9. За кулінарним рецептом маринад має містити 1 %-й розчин оцтової кислоти. У домогосподарки є 2 літра 3 %-го розчину цієї кислоти. Скільки літрів води потрібно долити до цих двох літрів, щоб отримати розчин потрібної концентрації?

А	Б	В	Г	Д
1,5	2	2,5	4	6

10. Правильний багатокутник має 9 діагоналей. Скільки у нього сторін?

А	Б	В	Г	Д
6	7	8	9	10

11. Якому із наведених проміжків належить корінь рівняння $\left(\frac{5}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{15}{10}\right)^x = 2,5$?

А	Б	В	Г	Д
$[-5; -3]$	$[4; 5)$	$(-2; 0]$	$(5; 7)$	$[1; 3)$

12. Футбольна команда із 11 гравців обирає на матч капітана і віце-капітана. Скільки існує способів, якими можна здійснити цей вибір?

А	Б	В	Г	Д
11	22	55	110	220

13. Відомо, що $\sqrt{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} = a^n$. Знайдіть n .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$

14. Укажіть функцію, яка строго спадає на $(-\infty; +\infty)$.

А	Б	В	Г	Д
$y = \frac{1}{x}$	$y = \log_{0,8} x$	$y = -2^{-x}$	$y = \sqrt[5]{-x}$	$y = 3x - 1000$

15. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,3}(|x| - 5) > \log_{0,3} 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$	$(-9; -5) \cup (5; 9)$	$(-\infty; 9) \cup (9; +\infty)$	$(-9; 9)$	$\emptyset$

16. Скільки точок екстремуму має функція $y = x^3 + 3x^2 + 9x - 12$?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одну	дві	три	більше трьох

17. Спростіть вираз $\frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
$2 \sin 2\alpha$	$2 \cos 2\alpha$	$\cos 2\alpha + \sin 2\alpha$	$\cos 2\alpha - \sin 2\alpha$	$\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$

18. У чотирикутній піраміді всі ребра однакові і дорівнюють $\sqrt{3}$. Знайдіть об'єм піраміди.

А	Б	В	Г	Д
$1,5\sqrt{3}$	$3 + 3\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$0,5\sqrt{6}$	$1,5\sqrt{6}$

19. Графік функції $y = \sqrt{2x}$ спочатку симетрично відобразили відносно осі ординат, а потім паралельно перенесли на 2 одиниці вправо. Графік якої функції отримали?

А	Б	В	Г	Д
$y = -\sqrt{2x - 4}$	$y = \sqrt{4 - 2x}$	$y = -\sqrt{2x - 2}$	$y = \sqrt{2 - 2x}$	$y = 2 - \sqrt{2x}$

20. Обчисліть $10^{3-\lg 5} - 36^{\log_6 15}$.

А	Б	В	Г	Д
-25	425	-205	245	-26

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. При якому **НАЙМЕНШОМУ** значенні параметра a найменше значення функції $y = x^2 - 2ax + 4a$ дорівнює (-5) ?

Відповідь: _____

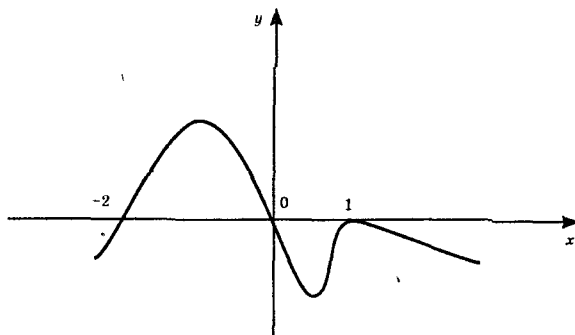
22. Скільки розв'язків має система рівнянь $\begin{cases} xy + x + y = 5, \\ x^2y + xy^2 = 6? \end{cases}$

Відповідь: _____

23. Обчисліть значення виразу $\frac{5x^{\frac{1}{6}} + x}{x^{\frac{5}{6}} + 5} - \frac{x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{6}} + y^{\frac{1}{6}}}$ при $x = 10, y = 64$.

Відповідь: _____

24. На рисунку зображено графік функції $y = f'(x)$. Додатково відомо, що $f'(x) < f'(1)$ для всіх $x > 1$ і $f'(x) < f'(-2)$ для всіх $x < -2$. Знайдіть довжину проміжка, на якому функція $y = f(x)$ є зростаючою. Якщо таких проміжків кілька, до знайдіть суму їх довжин. Якщо функція є зростаючою на нескінченному проміжку, то у відповідь запишіть число 100.



Відповідь: _____

25. Знайдіть площу трикутника, вершини якого знаходяться у точках $A(2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}; 0)$, $B(4\sqrt{2}; 4\sqrt{2}; 0)$, $C(3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}; -2)$.

Відповідь: _____

26. Знайдіть найменший корінь рівняння $\log_4^2 x^2 - \log_4 x^4 - 8 = 0$.

Відповідь: _____

27. Відстань між двома пристанями на річці, швидкість течії якої 2 км/год, становить 8 км. Човен проплив від однієї пристані до іншої, а потім повернувся назад, витративши на всю подорож 3 години. Знайдіть власну швидкість човна (у км/год).

Відповідь: _____

28. Розв'яжіть нерівність $|\operatorname{tg} \pi x| + |\operatorname{ctg} \pi x| \leq 2$. У відповідь запишіть найменший додатний розв'язок, якщо він існує. Якщо найменшого додатного розв'язку не існує, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: _____

29. Гіпотенуза прямокутного трикутника $AB = 12$, а катет $AC = 8$. Знайдіть радіус кола з центром на гіпотенузі, яке дотикається катета CB і проходить через вершину A .

Відповідь: _____

30. Спростіть вираз $\sqrt{1 + \sin \alpha} - \sqrt{1 - \sin \alpha}$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. У відповідь запишіть номер правильного варіанта із наведених нижче:

1) $2 \cos \frac{\alpha}{2}$; 2) $-2 \sin \frac{\alpha}{2}$; 3) $2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$; 4) $-2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$; 5) $2 \sin \frac{\alpha}{2}$; 6) $-2 \cos \frac{\alpha}{2}$.

Відповідь: _____

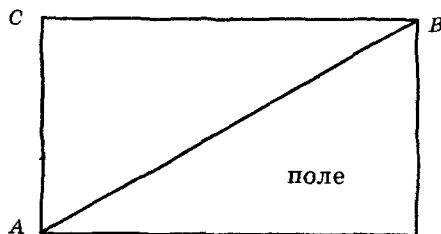
31. Побудуйте графік рівняння $x^2 + y^2 + 2x - 6y = 0$. У відповідь запишіть кількість точок перетину цього графіка з осями координат.

Відповідь: _____

32. Обчисліть інтеграл $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 4 \cos^2 x dx$. У відповідь запишіть наближене значення інтеграла, скориставшись, у разі необхідності, наближеною рівністю $\pi \approx 3,14$.

Відповідь: _____

33. Від села A до села B можна дістатися двома шляхами: по дорозі, яка веде через село C , або навпростець, через поле (див. рисунок). Якщо йти навпростець зі швидкістю 5 км/год, то на весь шлях буде витрачено 2 години 36 хвилин. А якщо із тією ж швидкістю йти через село C , то на подолання шляху від A до C буде витрачено на 1 годину 24 хвилини менше, ніж від C до B . Знайдіть площу поля (у км²).



Відповідь: _____

34. Розв'яжіть нерівність $(x + 5)\sqrt{x^2 - 2x - 3} \leq 0$. У відповідь запишіть найбільший цілий розв'язок нерівності.

Відповідь: _____

35. Обчисліть значення виразу $(1 - \sqrt{3})\sqrt{6 + 2\sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}}$.

Відповідь: _____

36. Дано дві концентричні кулі, радіуси яких $r = 5$ і $R = 13$. До меншої кулі проведено дотичну площину. Знайдіть $\frac{S}{\pi}$, де S — площа перерізу більшої кулі цією площиною.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. У прямокутну трапецію $ABCD$ вписано коло. Бічна сторона BC ділиться точкою дотику на відрізки 9 см і 4 см. Знайдіть:

- а) висоту трапеції;
- б) відношення довжин відрізків, на які центр кола ділить середню лінію трапеції;
- в) кут, під яким видно сторону BC із центра кола.

38. Задано функції $f(x) = 2 + \cos^2\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ і $g(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$. Знайдіть:

- а) найбільше і найменше значення функції $f(x)$;
- б) найбільше і найменше значення функції $g(x)$;
- в) корені рівняння $f(x) = g(x)$.

ТЕСТ 6

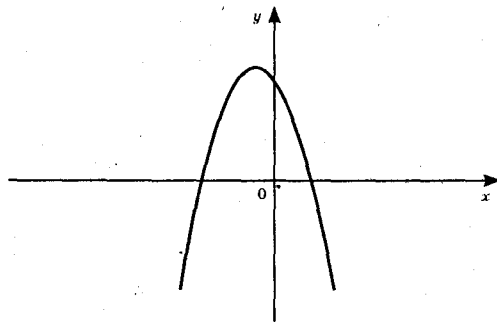
Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Серед наведених чисел укажіть найбільше.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{35}{37}$	$-\frac{27}{29}$	$-\frac{41}{43}$	$-\frac{39}{41}$	$-\frac{31}{33}$

2. Ескіз графіка якої із наведених функцій зображено на рисунку?



А	Б	В	Г	Д
$y = -x^2 + x$	$y = -x^2 - x - 2$	$y = -x^2 + x - 2$	$y = -x^2 - x + 2$	$y = -x^2 + 2$

3. Знайдіть суму дійсних коренів рівняння $2x^2 - x + 1 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
1	-1	0,5	-0,5	інша відповідь

4. Обчисліть $\sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	1	0

5. Знайдіть множину значень функції $y = \frac{2-x}{x-1}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

6. Розв'яжіть нерівність $\sqrt[4]{x^2} < 2$.

А	Б	В	Г	Д
$x \in (-\infty; +\infty)$	$x \in (-\infty; 2)$	$x \in (-4; 4)$	$x \in (-2; 2)$	$x \in (-\infty; 4)$

7. Серед 10 монет однакового номіналу є 4 фальшиві. Навмання обирають 2 монети. Яка ймовірність того, що обидві монети фальшиві?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

8. Обчисліть $\frac{\sin 45^\circ \cdot \cos 15^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 15^\circ}{2 \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$

9. Сума зовнішніх кутів трикутника ABC , взятих по одному при вершинах A і B , дорівнює 300° . Знайдіть кут C .

А	Б	В	Г	Д
30°	60°	90°	120°	150°

10. Знайдіть радіус кола, заданого рівнянням $x^2 + y^2 = 4x$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	4	$2\sqrt{x}$	$4x$

11. Пряма a паралельна площинам β і γ . Яким є взаємне розташування цих площин?

А	Б	В	Г	Д
площини обов'язково перетинаються	площини обов'язково паралельні	площини обов'язково співпадають	площини обов'язково паралельні або співпадають	визначити неможливо

12. Укажіть інтервал, якому належить число $\log_{0.1} \frac{1}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; -1)$	$(-1; 0)$	$(0; 1)$	$(1; 2)$	$(2; 3)$

13. У прямокутнику $ABCD$ з вершини A проведено бісектрису, яка перетинає діагональ BD у точці K , а сторону BC у точці M , причому $BM : MC = 5 : 2$. Знайдіть відношення $BK : KD$.

А	Б	В	Г	Д
$5 : 7$	$2 : 7$	$3 : 5$	$7 : 5$	$7 : 3$

14. Розв'яжіть рівняння $2^x = \cos 3$.

А	Б	В	Г	Д
$x = \sqrt{\cos 3}$	$x = \log_2(\cos 3)$	$x = -\sqrt{\cos 3}$	$x = \frac{\cos 3}{2}$	$\emptyset$

15. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції $y = x^3 - 3x^2 - x + 1$ в точці $A(1; -2)$.

А	Б	В	Г	Д
0	-1	2	-4	3

16. За умовами акції, магазин щомісяця знижує ціну на 10% від ціни товару у попередньому місяці. Скільки буде коштувати у цьому магазині МРЗ-плеєр через 2 місяці, якщо початкова його ціна становила 200 грн?

А	Б	В	Г	Д
178 грн	180 грн	156 грн	160 грн	162 грн

17. Знайдіть найменший додатний період функції $y = 2\sin(4\pi x + 2006) - 1$.

А	Б	В	Г	Д
0,25	0,5	1	2	4

18. Розв'яжіть нерівність $\log_x \sqrt{x} < 1$.

А	Б	В	Г	Д
$x \in (-\infty; +\infty)$	$x \in (0; +\infty)$	$x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$	$x \in (1; +\infty)$	$\emptyset$

19. У секторі стадіону перший ряд містить 19 сидінь, а кожен наступний ряд — на 2 сидіння більше, ніж попередній. Скільки всього сидінь у секторі, якщо рядів 32?

А	Б	В	Г	Д
1700	1692	1664	1600	1568

20. Об'єми двох куль відносяться як 64 : 125. Як відносяться площі їх поверхонь?

А	Б	В	Г	Д
4 : 5	16 : 25	5 : 16	5 : 8	256 : 625

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Знайдіть суму коренів рівняння $(x^2 + 3x + 1)^2 = 10x^2 + 30x + 1$.

Відповідь: _____

22. Обчисліть значення виразу $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} : \left(\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{y} + \sqrt{x}}{\sqrt{y}} \right)$ при $x = 0,1(6), y = 0,(6)$.

Відповідь: _____

23. Знайдіть найменше значення функції $y = 2 \cdot 4^{x^2 - 2x} + 3$.

Відповідь: _____

24. Обчисліть $\log_3 \left(\frac{1}{4} \right) \cdot \log_4 \left(\frac{1}{5} \right) \cdot \log_5 \left(\frac{1}{6} \right) \cdot \dots \cdot \log_{26} \left(\frac{1}{27} \right)$.

Відповідь: _____

25. Знайдіть добуток усіх цілих розв'язків нерівності $\frac{x+2}{x^2 \cdot (1-x)} \geq 0$.

Відповідь: _____

26. Знайдіть суму всіх дійсних коренів рівняння $\sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} = 3$.

Відповідь: _____

27. Обчисліть інтеграл $\int_{-1}^1 (2 - |x|) dx$.

Відповідь: _____

28. Відомо, що $\operatorname{ctg} 5\alpha = \frac{1}{3}$. Знайдіть $\sin(20\alpha)$.

Відповідь: _____

29. Навколо правильного многокутника описано коло, в нього, в свою чергу, вписано коло. Площа утвореного кільця становить 16 п. Знайдіть довжину сторони многокутника.

Відповідь: _____

30. Знайдіть суму цілих розв'язків системи нерівностей $\begin{cases} ||x| - 3| \leq 2, \\ x + \sqrt{x+1} \geq 0. \end{cases}$

Відповідь: _____

31. При якому НАЙМЕНШОМУ значенні параметра a функція $y = x^3 + ax^2 + 3x - 1$ має лише одну критичну точку?

Відповідь: _____

32. Точки $A(2; -5; -1)$ і $C(1; -1; 0)$ є протилежними вершинами квадрата $ABCD$. Обчисліть площу цього квадрата.

Відповідь: _____

33. Знайдіть довжину числового проміжку, який є розв'язком нерівності (якщо розв'язок є об'єднанням проміжків, то вкажіть суму довжин цих проміжків): $2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x} \leq 4$.

Відповідь: _____

34. Площа діагонального перерізу правильної чотирикутної піраміди, усі ребра якої однакові, дорівнює 9. Знайдіть об'єм піраміди.

Відповідь: _____

35. Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $2 \sin(3\pi x) \sin(\pi x) = \cos^2(3\pi x) + \cos^2(\pi x) - 2$.

Відповідь: _____

36. Знайдіть кількість точок перетину графіків функцій $f(x) = 1 + 2^{-|x|}$, і $g(x) = \sqrt{4 - |x|}$.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. У трикутній піраміді $SABC$ три бічних ребра — SA , SB і SC — діляться точками K , L , M у відношеннях $1 : 4$, $1 : 3$ і $2 : 3$, рахуючи від вершини S , відповідно. Знайдіть:

- а) відношення площ трикутників SLM і SBC ;
- б) відношення об'ємів пірамід $SKLM$ і $SABC$.

38. Задано функцію $y = \frac{1}{x}$, де $x \in (1; +\infty)$. Знайдіть:

- а) рівняння дотичної, проведеної до графіка функції у точці з абсцисою x_0 ;
- б) площу трапеції, утвореної дотичною з пункту а) і прямими $y = 0$; $x = 1$; $x = 2$;
- в) у якій точці графіка функції $y = \frac{1}{x}$ треба провести дотичну, щоб площа трапеції з пункту б) була найбільшою.

ТЕСТ 7

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Серед наведених нижче чисел укажіть розв'язок нерівності $2^x > 8$.

А	Б	В	Г	Д
0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$

2. Укажіть функцію, у якої область визначення дорівнює $[-2; 2]$.

А	Б	В	Г	Д
$y = 2 \sin x$	$y = \cos(2x)$	$y = \arccos\left(\frac{x}{2}\right)$	$y = \arcsin(2x)$	$y = \sin(x - 2)$

3. Розв'яжіть рівняння $\cos(3x) = 3$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$	$2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{1}{3} \arccos 3 + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \arccos 3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\emptyset$

4. Площа трикутника ABC дорівнює 12 см^2 . Точки D і E є серединами сторін BC і AC відповідно. Обчисліть площу трикутника DEC .

А	Б	В	Г	Д
2 см^2	3 см^2	4 см^2	5 см^2	6 см^2

5. Якщо $x < y < 0$, то $|x - y| = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$x - y$	$y - x$	$-x - y$	$x + y$	$ x + y $

6. Скільки цілих чисел належить множині значень функції $y = \frac{|x|}{x}$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	одне	два	три	безліч

7. Розв'яжіть нерівність $x^2 - 9 < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 3)$	$(3; +\infty)$	$(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$	$(-3; 3)$	$(0; 3)$

8. Яке з наведених значень МОЖЕ БУТИ значенням градусної міри кута між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо скалярний добуток цих векторів $\vec{a} \cdot \vec{b} = 180$?

А	Б	В	Г	Д
60°	90°	120°	150°	180°

9. Якщо $x = \log_2 a + 1$, $y = \log_a 2 + 1$, то $y = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x}{x-1}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x-1}$	$-x$	$\frac{1}{x}$

10. Точка А симетрична точці $B(1; 0; -1)$ відносно точки $C(0; 1; 0)$. Знайдіть координати точки А.

А	Б	В	Г	Д
$A(1; 1; 1)$	$A(-1; 2; 1)$	$A(-1; 0; 1)$	$A(-1; 1; 1)$	$A(0; 0; 0)$

11. З-поміж наведених графіків укажіть графік функції $y = \lg \frac{1}{x}$.

А	Б	В	Г	Д

12. Розв'яжіть нерівність $\log_{0.5}(3x) > \log_{0.5}(x+2)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1)$	$(0; 1)$	$(1; +\infty)$	$(-\infty; 0.5)$	$(0.5; +\infty)$

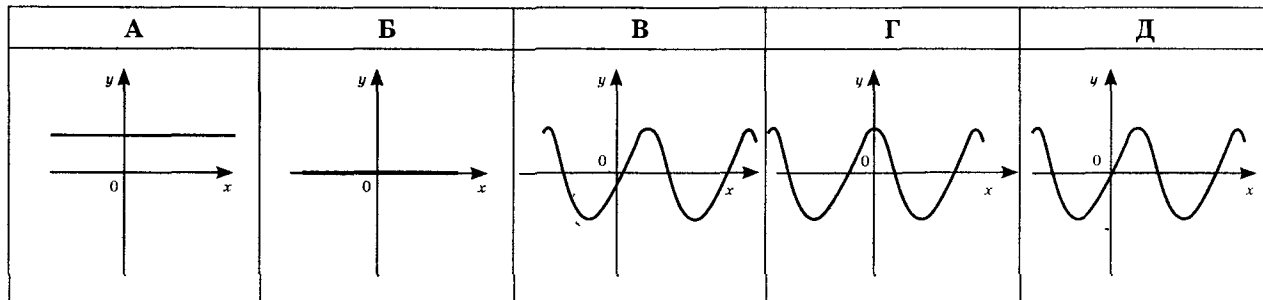
13. Обчисліть $\sqrt{10^2} - \sqrt[4]{(-25)^2}$.

А	Б	В	Г	Д
15	10	5	-5	-15

14. Радіус основи конуса дорівнює 3 см, а об'єм конуса — $9\pi \text{ см}^3$. Знайдіть твірну конуса.

А	Б	В	Г	Д
$3\sqrt{2} \text{ см}$	$\sqrt{8} \text{ см}$	3 см	$\sqrt{10} \text{ см}$	10 см

15. З-поміж наведених графіків укажіть графік функції $y = f'(x)$, якщо $f(x) = \sin 2x$.



16. На картках написані числа від 1 до 8. Яка ймовірність того, що добуток чисел на навмання вибраних двох картках буде парним числом?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{14}$

17. Як зміниться величина дробу, якщо чисельник збільшити на 50%, а знаменник зменшити на 50%?

А	Б	В	Г	Д
зменшиться на 100 %	не зміниться	збільшиться на 100 %	збільшиться на 200 %	збільшиться на 300 %

18. Впорядкуйте числа за зростанням: $a = \log_{\sqrt{3}} 2$, $b = \sqrt{3} - 2$, $c = (\sqrt{3})^2$.

А	Б	В	Г	Д
$c < a < b$	$a < c < b$	$a < b < c$	$b < a < c$	$b < c < a$

19. Визначте знаки параметрів a і b ($a \neq 0$; $b \neq 0$), якщо графік функції $y = ax + b$ розташований у I, II і III координатних чвертях.

А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0. \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0. \end{cases}$	визначити неможливо

20. Обчисліть $2 - \operatorname{tg}(-135^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(-135^\circ)$.

А	Б	В	Г	Д
0	-1	3	2	1

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Спецпідрозділ МВС «Барс» 0,2 всього шляху пересувався зі швидкістю 6,4 км/год, 0,15 всього шляху — зі швидкістю 6 км/год, решту шляху, що становить 26 км, зі швидкістю 5,2 км/год. Знайдіть час (у годинах), який витратить спецпідрозділ на подолання всього шляху.

Відповідь: _____

22. Обчисліть $\log_{bc} a^{22}$, якщо $\log_b a = 5$ і $\log_c a^2 = 12$.

Відповідь: _____

23. Розв'яжіть рівняння $7 - x^2 = 7^{\log_7(1-x)}$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, запишіть у відповідь їх добуток.

Відповідь: _____

24. Парабола $f(x) = ax^2 + bx + c$, вітки якої спрямовані вниз, перетинає вісь ОХ у точках із абсцисами $x_1 = 0$ і $x_2 = 1$. Площа фігури, яку обмежує парабола і вісь абсцис, дорівнює 2. Знайдіть рівняння $f(x)$. У відповідь запишіть значення $f(2)$.

Відповідь: _____

25. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} |x| + 2|y| = 1, \\ x^2 + \frac{1}{2} = y \end{cases}$ та вкажіть значення суми $x + y$ для знайденого розв'язку.

Відповідь: _____

26. Нехай $f(x) = \operatorname{tg} x$, $g(x) = \operatorname{arccotg} x$. Обчисліть $f(g(100))$.

Відповідь: _____

27. Обчисліть $\sqrt{26} \sin \frac{\alpha}{2}$, якщо $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$, $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Відповідь: _____

28. Дано рівнобедрений трикутник ABC , у якому $AB = BC = 5$ см, а $\angle B = 140^\circ$. Знайдіть площу спільної частини круга і трикутника ABC , якщо центр круга знаходиться у точці A , а його діаметр дорівнює 6 см. У відповідь запишіть наближене значення площі, покладаючи $\pi \approx 3,14$.

Відповідь: _____

29. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності $\frac{x^2 - 7x + 10}{(3^x - 9)^2} \leq 0$.

Відповідь: _____

30. Знайдіть НАЙМЕНШЕ значення параметра a , при якому рівняння $\sin x + a = |x + 3| - |x - 3|$ має безліч розв'язків.

Відповідь: _____

31. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює $\sqrt{373}$, а діагоналі бічних граней дорівнюють $2\sqrt{73}$ і $\sqrt{337}$. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

Відповідь: _____

32. Знайдіть найбільше значення функції $y = 5^{\sin^2 x + 3 \cos^2 x}$.

Відповідь: _____

33. Обчисліть суму перших 23 членів арифметичної прогресії, якщо її дванадцятий член дорівнює 2.

Відповідь: _____

34. Обчисліть $\sqrt{25 - x^2} + \sqrt{9 - x^2}$, якщо $\sqrt{25 - x^2} - \sqrt{9 - x^2} = 4$.

Відповідь: _____

35. Укажіть номер нерівності, яка правильна для всіх x і y , таких що $0 < x < y$.

1) $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$; 2) $(0, 2)^x < (0, 2)^y$; 3) $\log_{0,3} x < \log_{0,3} y$; 4) $\operatorname{arctg} x < \operatorname{arctg} y$; 5) $\arctg x < \arctg y$.

Відповідь: _____

36. Обчисліть $\frac{V}{\pi}$, де V — об'єм тіла (у см^3), утвореного обертанням трикутника зі сторонами 3 см, 4 см і 5 см навколо більшої сторони.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. В основі піраміди лежить рівносторонній трикутник зі стороною a . Одна з бічних граней перпендикулярна до площини основи і є також рівностороннім трикутником. Навколо піраміди описана куля. Знайдіть:

- а) довжину висоти піраміди, обґрунтувавши її положення;
- б) радіус кулі, описаної навколо піраміди.

38. Задано тригонометричне рівняння $16 \cos x - 4a \sin x = \sqrt{2} a^2$. Укажіть:

- а) при яких значеннях параметра a рівняння має розв'язки;
- б) найменший додатний розв'язок рівняння для найбільшого значення параметра a , при якому рівняння має розв'язки.

[illegible]

УВАГА! Відмічайте тільки один варіант відповіді у рядку варіантів відповідей до кожного завдання. Дотримуйтесь, будь ласка, правил запису відповідей. У завданнях 21–36 правильну відповідь записуйте, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожному білому прямокутнику. Знак «мінус» записуйте в окремому білому прямокутнику ліворуч від цифри.

Наприклад: правильно записане число 3 буде виглядати так:

		3			
--	--	---	--	--	--

 чи так:

		3	0		
--	--	---	---	--	--

правильно записане число 3,4 буде виглядати так:

		3	4		
--	--	---	---	--	--

правильно записане число -3,04 буде виглядати так:

	-	3	0	4	
--	---	---	---	---	--

Неправильно записане число 3,4 виглядає так:

	3			,	4					чи так:			3	,		4			чи так:	3							4
--	----------	--	--	---	----------	--	--	--	--	---------	--	--	----------	---	--	----------	--	--	---------	----------	--	--	--	--	--	--	----------

Якщо Ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведених клітинках, розташованих внизу бланка відповідей.

У завданнях 1–20 правильну відповідь позначайте **тільки так**: ☒

	А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐	6	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐

У завданнях 21–36 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

21	,	25	,	29	,	33	,
22	,	26	,	30	,	34	,
23	,	27	,	31	,	35	,
24	,	28	,	32	,	36	,

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у відповідних клітинках

Завдання 1–20

Завдання 21–36

[illegible]

Номер завдання

ТЕСТ 8

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Під яким кутом пряма $y - x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ перетинає вісь абсцис?

А	Б	В	Г	Д
15°	30°	45°	60°	75°

2. Розв'яжіть нерівність $|1 - x| > x - 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 1)$	$(1; 2)$	$(2; +\infty)$	$(1; +\infty)$

3. Обчисліть $||1 - 2| - 3|$.

А	Б	В	Г	Д
-4	-1	0	2	4

4. Задано цифри 1, 2, 3, 4, 5, 6. Із них утворюють усі можливі шестицифрові числа, використовуючи кожен цифру лише один раз. Знайдіть імовірність того, що взятє навмання одне із цих чисел ділиться на 5.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{720}$	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$

5. Скільки розв'язків має рівняння $\arccos x = 3$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	безліч

6. У яких координатних чвертях лежать точки, координати яких задовольняють рівняння $x = y^2 + 1$?

А	Б	В	Г	Д
у першій і другій	у першій і четвертій	у другій і третій	у третій і четвертій	інша відповідь

7. Обчисліть значення виразу $\lg 0,01 + \lg 100$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

8. Знайдіть відстань від точки $M(a;b)$ до осі ординат, якщо ця точка розташована у другій чверті і $a \neq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$-a$	a	$-b$	b	$\sqrt{a^2 + b^2}$

9. Знайдіть область визначення функції $y = \log_{-x} 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1)$	$(0; 1) \cup (1; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (-1; 0)$	$(-\infty; 0)$

10. Обчисліть $(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)(\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	0

11. Вектори $\vec{a}(-1; x; 2)$ і $\vec{b}(3; -12; -6)$ лежать на протилежних сторонах ромба. Знайдіть x .

А	Б	В	Г	Д
-4	4	-3	3	6

12. Серед наведених функцій укажіть парну.

А	Б	В	Г	Д
$y = \sin 2x$	$y = \sqrt[4]{x}$	$y = 2^x$	$y = x^3$	$y = 3^3$

13. Діаметр першого кавуна вдвічі більший від діаметра другого. У скільки разів перший кавун важчий за другий, якщо їх густини однакові?

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	8	16

14. Укажіть число, яке дорівнює $\frac{1}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{333}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{3}{27}$	0,(1)	0,(3)

15. Знайдіть значення $f'(x_0)$, якщо відомо, що дотична, проведена до графіка функції $y = f(x)$ в точці з абсцисою x_0 , не перетинає вісь ОХ.

А	Б	В	Г	Д
0	1	-1	$-\infty$	$+\infty$

16. Знайдіть корені рівняння $6^{|x|} = \frac{1}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\pm \frac{1}{2}$	$\pm \log_6 \frac{1}{3}$	$\pm \log_3 6$	$\pm \frac{1}{3}$	$\emptyset$

17. У квадраті $ABCD$ точка E належить стороні AD , причому $DE : EA = 1 : 2$. Обчисліть відношення площ трикутників CED і ABC .

А	Б	В	Г	Д
1 : 2	1 : 3	1 : 4	1 : 6	2 : 3

18. Ціну товару, який коштував 5 у. о., збільшили на 5 %. Якою стала ціна товару?

А	Б	В	Г	Д
5,1 у. о.	5,25 у. о.	5,05 у. о.	5,5 у. о.	10 у. о.

19. Задано нерівності: 1) $\sin 2x > -2$; 2) $\sqrt{x-2} < -2$; 3) $\lg(x+2) < -2$.
Укажіть нерівності, які мають розв'язки на множині дійсних чисел.

А	Б	В	Г	Д
1) і 2)	2) і 3)	1) і 3)	1), 2), 3)	інша відповідь

20. Обчисліть значення виразу $\sqrt[3]{(-1-\sqrt{3})^3} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$.

А	Б	В	Г	Д
-2	$-2\sqrt{3}$	0	$2\sqrt{3}$	2

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[4]{x-2} + 3\sqrt{2-x} = x^2 - 5x + 6$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має кілька коренів, запишіть у відповідь їх добуток.

Відповідь: _____

22. Радіус основи конуса висотою 12 см у початковий момент часу $t = 0$ дорівнює також 12 см, але потім починає зменшуватися зі швидкістю 1 см/с. Радіус кулі, який при $t = 0$ дорівнював нулю, починає збільшуватися зі швидкістю 1 см/с. Знайдіть момент часу, у який сума об'ємів конуса і кулі буде найменшою.

Відповідь: _____

23. Знайдіть найменше натуральне число, яке при діленні на 4 та 16 дає ненульові частки і максимальні остачі.

Відповідь: _____

24. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює 10 см, а бічна сторона дорівнює 13 см. Визначте радіус вписаного кола. Відповідь округліть до сотих.

Відповідь: _____

25. Задано функцію $f(x) = x^2 - 10$, $x \in (-\infty; 0)$. Знайдіть функцію $g(x)$, яка є оберненою до функції $f(x)$ на вказаному проміжку, і обчисліть значення $g(111)$.

Відповідь: _____

26. Розв'яжіть нерівність $\lg 2 \cdot \lg(x^2 - 13x + 50) - \lg^2 2 \geq 0$. Якщо розв'язком нерівності є скінченний проміжок, запишіть у відповідь його довжину. Якщо розв'язком нерівності є нескінченний проміжок, запишіть у відповідь число 100.

Відповідь: _____

27. Основи трапеції відносяться як 3 : 2. Через більшу основу трапеції проведено площину, віддалену від меншої основи на 2 см. Обчисліть відстань від точки перетину діагоналей трапеції до цієї площини (у см).

Відповідь: _____

28. Перший робітник може пофарбувати весь паркан військової частини за 12 днів, а другому для виконання тієї ж роботи потрібно 9 днів. Після того як протягом 5 днів працював перший робітник, до нього приєднався другий, і вони разом довели справу до завершення. Скільки днів робітники працювали разом?

Відповідь: _____

29. Знайдіть різницю арифметичної прогресії, якщо сума перших трьох її членів з непарними номерами дорівнює 17, а сума перших трьох членів з парними номерами дорівнює 26.

Відповідь: _____

30. Розв'яжіть рівняння $5^{x^2+8x+16} = \cos(\pi x)$. Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має безліч коренів, запишіть суму тих із них, які належать відріzkу $[-10\pi; 10\pi]$.

Відповідь: _____

31. Знайдіть кількість цілих чисел, які належать області значень функції $f(x) = 4 \sin 3x + 5 \cos 3x$.

Відповідь: _____

32. Знайдіть НАЙМЕНШЕ значення параметра a , при якому система рівнянь $\begin{cases} |x| + |y| = 9, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ має рівно чотири розв'язки.

Відповідь: _____

33. Дано прямокутник, точка перетину діагоналей якого віддалена від більшої сторони на 8 см, а перпендикуляр, проведений з вершини прямокутника на діагональ, ділить цю діагональ у відношенні 3 : 1. Знайдіть довжину діагоналі.

Відповідь: _____

34. Укажіть номер проміжка, якому належить число $\arcsin(\sin(10))$:

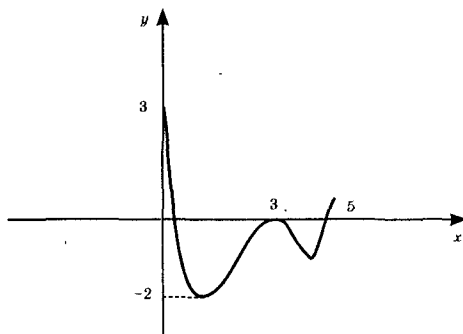
1) $(-1; -0,5)$; 2) $(-0,5; 0)$; 3) $(0; 1)$; 4) $(1; 5)$; 5) $(5; 7)$; 6) $(7; 12)$.

Відповідь: _____

35. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 5 \cdot 2^x - 3^y = 2, \\ 2^x + 2 \cdot 3^y = 7 \end{cases}$ і знайдіть суму $x + y$ для одержаного розв'язку.

Відповідь: _____

36. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[0; 5]$. Знайдіть найбільше значення функції $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)}$.



Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди нахилене до площини основи під кутом α . У піраміду вписано куб так, що одна його грань лежить у площині основи піраміди, а чотири вершини протилежної грані — на бічних ребрах піраміди. Знайдіть:
- відношення об'ємів піраміди і куба;
 - значення α , при якому відношення об'ємів піраміди і куба буде найменшим.

38. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{\log_x \frac{x^3}{3}} \geq \log_x \frac{x}{3}$.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

[illegible]

УВАГА! Відмічайте тільки один варіант відповіді у рядку варіантів відповідей до кожного завдання. Дотримуйтесь, будь ласка, правил запису відповідей. У завданнях 21–36 правильну відповідь записуйте, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожному білому прямокутнику. Знак «мінус» записуйте в окремому білому прямокутнику ліворуч від цифри.

Наприклад: правильно записане число 3 буде виглядати так:

		3			
--	--	---	--	--	--

 чи так:

		3	0		
--	--	---	---	--	--

правильно записане число 3,4 буде виглядати так:

		3	4		
--	--	---	---	--	--

правильно записане число -3,04 буде виглядати так:

	-	3	0	4	
--	---	---	---	---	--

Неправильно записане число 3,4 виглядає так: чи так: чи так:

Якщо Ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведених клітинках, розташованих внизу бланка відповідей.

У завданнях 1–20 правильну відповідь позначайте **тільки так**: ☒

	А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д		А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐	6	☐	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐	☐

У завданнях 21–36 відповідь запишіть тільки десятковим дробом, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

21				,				25				,				29				,				33				,			
22				,				26				,				30				,				34				,			
23				,				27				,				31				,				35				,			
24				,				28				,				32				,				36				,			

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у відповідних клітинках

Завдання 1–20

Завдання 21–36

Номер задания		А	Б	В	Г	Д
		☐	☐	☐	☐	☐
		☐	☐	☐	☐	☐

Номер
завдання

ТЕСТ 9

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Скільки розв'язків має рівняння $|x| = -x$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

2. Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції $y = x^2$ у точці $A(-1;1)$.

А	Б	В	Г	Д
$y = -2x + 3$	$y = -2x - 1$	$y = -2x + 1$	$y = 2x - 1$	$y = 2x + 3$

3. Серед векторів $\vec{a}(-2;4)$, $\vec{b}(2;2)$, $\vec{c}(0;-1)$, $\vec{d}(1;-2)$ знайдіть колінеарні.

А	Б	В	Г	Д
$\vec{d}$ і $\vec{b}$	$\vec{d}$ і $\vec{a}$	$\vec{c}$ і $\vec{d}$	$\vec{c}$ і $\vec{a}$	$\vec{c}$ і $\vec{b}$

4. Обчисліть значення виразу $\frac{ab}{3a^2 + 2b^2}$, якщо $3\frac{a}{b} + 2\frac{b}{a} = -7$.

А	Б	В	Г	Д
-7^{-1}	7^{-1}	-7	7	49

5. Скільки різних площин визначають паралельні прямі a , b , c ?

А	Б	В	Г	Д
рівно одну	одну або дві	одну або три	дві або три	рівно три

6. Розв'яжіть нерівність $x(x+2) < 3(x+2)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$	$(3; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$(-2; 3)$	$(-3; 2)$

7. Якщо $\frac{33+44}{44+55} = \frac{33}{44} + x$, то $x = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{33}{44}$	$\frac{33}{55}$	$\frac{44}{55}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{36}$

8. На кожній із чотирьох однакових карток написано одну із літер Т, Т, С, Е. Яка ймовірність того, що картки, навмання розкладені у рядок, утворять слово ТЕСТ?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

9. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\arctg \frac{1}{\sqrt{2}} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\arctg \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

10. У куб вписано кулю радіуса 5. Знайдіть площу поверхні куба.

А	Б	В	Г	Д
150	300	450	600	1000

11. Знайдіть область значень функції $y = \frac{4}{3 + \sin x}$.

А	Б	В	Г	Д
[1; 2]	[-1; 1]	$\left[1; \frac{3}{4}\right]$	[3; 4]	[1; 4]

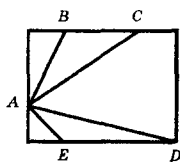
12. Запишіть вираз $\sqrt[n]{\sqrt{a}}$ у вигляді степеня із раціональним показником.

А	Б	В	Г	Д
a^{2n}	$a^{\frac{2}{n}}$	$a^{\frac{1}{2n}}$	$a^{\frac{1}{n^2}}$	$a^{\frac{n+2}{2n}}$

13. Укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = \sqrt{x}$	$y = (x - 2)^2$	$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$	$y = \log_2 x$	$y = 2^x$

14. Обчисліть відношення площ трикутників ADE і ABC , якщо площа однієї клітинки дорівнює 1.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	1

15. Обчисліть $\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
2	0,75	0,5	1	0,88

16. Скільки нулів має функція $y = x^3 - x^2 + x - 1$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

17. Знайдіть п'ятий член геометричної прогресії $2, \sqrt{2}, 1, \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$2\sqrt{2}$	2	$\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$	$\frac{1}{2}$

18. Укажіть нерівність, множина розв'язків якої дорівнює $(-\infty; +\infty)$.

А	Б	В	Г	Д
$(\sqrt{x})^2 \leq 0$	$(\sqrt{x})^2 \geq 0$	$\sqrt{x^2} \leq 0$	$\sqrt{x^2} \geq 0$	$\sqrt{x} \geq 0$

19. Визначте знаки параметрів a і b ($a \neq 0, b \neq 0$), якщо вершина параболи $y = (x + a)^2 + b$ лежить у четвертій координатній чверті.

А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a > 0, \\ b < 0. \end{cases}$	$\begin{cases} a > 0, \\ b > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} a < 0, \\ b < 0. \end{cases}$	неможливо визначити

20. Обчисліть $\log_{\sqrt{5}} 30 - \log_{\sqrt{5}} 6$.

А	Б	В	Г	Д
$\log_{\sqrt{5}} 24$	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	5

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. У кошику лежить не менше 50, але не більше 100 яблук. Яблука можна порівну розділити між двома, трьома або п'ятьма дітьми, але не можна між чотирма. Скільки яблук у кошику?

Відповідь: _____

22. Впорядкуйте величини $a = \int_{-1}^1 3^x dx$, $b = \int_{-1}^1 (x-1)dx$, $c = \int_{-1}^1 \sin x dx$ за зростанням. У відповіді вкажіть номер правильного варіанта із наведених нижче:

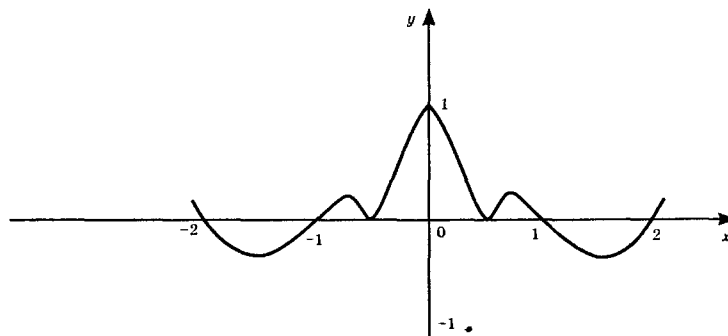
1) $a < b < c$; 2) $a < c < b$; 3) $c < a < b$; 4) $c < b < a$; 5) $b < c < a$; 6) $b < a < c$.

Відповідь: _____

23. Обчисліть $\operatorname{tg} \pi + \operatorname{tg} 2\pi + \operatorname{tg} 3\pi + \dots + \operatorname{tg} 10\pi$.

Відповідь: _____

24. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$. Укажіть кількість коренів рівняння $\sin f(x) = 1$ на відрізку $[-2; 2]$.



Відповідь: _____

25. Знайдіть суму розв'язків рівняння $(x^2 - 10x + 21) \cdot |9 - x| \cdot \sqrt{4 - x} = 0$.

Відповідь: _____

26. Основи двох правильних трикутних пірамід розміщені в одній площині. Сторона основи і висота однієї з них відповідно дорівнюють 3 см і 2 см, а іншої, навпаки, — 2 см і 3 см відповідно. Площина, паралельна основам, перетинає ці піраміди по рівним трикутникам. Знайдіть сторону кожного із цих перерізів.

Відповідь: _____

27. Множина розв'язків нерівності $2 \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) \leq \sqrt{3}$ є об'єднанням відрізків. Обчисліть довжину кожного з них.

Відповідь: _____

28. У трикутнику ABC задано вершини $A(0; -1)$ і $B(0; -2)$. Вершина C лежить на колі $(x - 4)^2 + (y - 6)^2 = 1$. Знайдіть **НАЙБІЛЬШЕ** можливе значення площі трикутника ABC .

Відповідь: _____

29. Укажіть властивість функції $f(t) = 2^t + \lg t$. У відповідь запишіть номер правильного варіанта із наведених нижче:

1) парна; 2) непарна; 3) періодична; 4) строго зростає на $D(f)$; 5) $D(f) = E(f)$; 6) обмежена.

Відповідь: _____

30. Укажіть кількість пар $(x; y)$, які є розв'язками системи рівнянь $\begin{cases} y^{x^2+x^2-2x} = 1, \\ (x+8) \cdot y = 1. \end{cases}$

Відповідь: _____

31. Обчисліть $\frac{3}{\sqrt{4} + \sqrt{7}} + \frac{3}{\sqrt{7} + \sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10} + \sqrt{13}} + \frac{3}{\sqrt{13} + \sqrt{16}}$.

Відповідь: _____

32. Центри граней куба є вершинами октаедра. У скільки разів об'єм куба більший за об'єм октаедра?

Відповідь: _____

33. Знайдіть найбільше ціле число, яке є розв'язком нерівності $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{x^2+64}{x^2-16}} > 25$.

Відповідь: _____

34. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2, \\ x^2 + y = 12. \end{cases}$ У відповідь запишіть суму $x + y$, якщо пара $(x; y)$ є розв'язком цієї системи рівнянь.

Відповідь: _____

35. До супермаркету завезли 1600 кг апельсинів. Протягом першого дня було продано 30 % цих апельсинів. Другого дня — 40 % від тієї кількості, що залишилась. Третього дня продано 25 % кількості апельсинів, що залишилась після двох днів торгівлі. Скільки кілограмів апельсинів залишилось після трьох днів торгівлі?

Відповідь: _____

36. Знайдіть НАЙМЕНШЕ значення параметра a , при якому нерівність $|\log_a x| \leq a + \cos(x - 1)$ має розв'язки.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. У правильній трикутній піраміді $SABC$ кут між бічним ребром і площиною основи дорівнює β . Сторона основи дорівнює a . SH — висота піраміди.
- а) Побудуйте переріз піраміди, який проходить через точку H паралельно ребрам SA і BC .
 - б) З'ясуйте, якою геометричною фігурою є цей переріз (відповідь обґрунтуйте).
 - в) Знайдіть площу перерізу.
38. Знайдіть усі цілі значення параметра k , при яких рівняння $\cos kx = 1 + 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$ має дійсні корені. Знайдіть ці корені.

А

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк відповідей до зошита з **математики** (позначте номер так: ☒) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

УВАГА! Відмічайте тільки один варіант відповіді у рядку варіантів відповідей до кожного завдання. Дотримуйтесь, будь ласка, правил запису відповідей. У завданнях 21–36 правильну відповідь записуйте, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожному білому прямокутнику Знак «мінус» записуйте в окремому білому прямокутнику ліворуч від цифри.

Наприклад: правильно записане число 3 буде ☐ ☐ ☐ **3**, ☐ ☐ ☐ чи так: ☐ ☐ ☐ **3**, ☐ **0** ☐ ☐
 виглядати так:
 правильно записане число 3,4 буде ☐ ☐ ☐ **3**, ☐ **4** ☐ ☐
 виглядати так:
 правильно записане число –3,04 буде ☐ ☐ **-** ☐ **3**, ☐ **0** ☐ **4** ☐
 виглядати так:

Неправильно записане число 3,4 виглядає так: ☐ **3** ☐ ☐ ☐ **,** ☐ **4** ☐ ☐ чи так: ☐ ☐ ☐ **3**, ☐ ☐ ☐ **4** чи так: ☐ **3** ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ **4**

Якщо Ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведених клітинках, розташованих внизу бланка відповідей.

У завданнях 1–20 правильну відповідь позначайте **тільки так:** ☒

А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	6	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐

У завданнях 21–36 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

21	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	33	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
22	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	34	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
23	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	31	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	35	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
24	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	32	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	36	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у відповідних клітинках

Завдання 1–20

Завдання 21–36

Номер завдання

А	Б	В	Г	Д
☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐

Номер завдання

☐	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐

ТЕСТ 10

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Які з точок $P\left(1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $Q(1; 0)$, $S(0; \sqrt{2})$ належать графіку функції $y = \frac{\sqrt{2-x^2-x}}{1+x}$?

А	Б	В	Г	Д
$P \text{ і } S$	$Q \text{ і } S$	лише P	лише Q	лише S

2. Обчисліть $(400 - 1^2) \cdot (400 - 2^2) \cdot (400 - 3^2) \cdot \dots \cdot (400 - 40^2)$.

А	Б	В	Г	Д
0	-20^{40}	10^{40}	1	-40^{10}

3. Скільки розв'язків має рівняння $1 - \sqrt{x-2} = \sqrt{2-x} - 1$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	чотири	безліч

4. Кут при вершині B рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$) дорівнює 40° . Знайдіть кут між висотами, проведеними з вершин A і C .

А	Б	В	Г	Д
100°	110°	120°	130°	140°

5. Яка з наведених функцій НЕ визначена у точці з абсцисою $x = -2006\pi$?

А	Б	В	Г	Д
$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$	жодна із наведених

6. Обчисліть $\log_{(\sqrt{2}+1)}(3 + 2\sqrt{2})$.

А	Б	В	Г	Д
2	1	0	-1	-2

7. Обчисліть $f'(x)$, якщо $f(x) = \sin 5 + e^3$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos 5 + e^3$	$\sin 5 + e^3$	$\cos 5 + 3e^2$	$3e^2$	0

8. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x} < \frac{1}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
$x \in (-\infty; 4)$	$x \in (0; 4)$	$x \in (4; +\infty)$	$x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$	$x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

9. Для функції $f(x) = x^3$ знайдіть первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку $M(2; -1)$.

А	Б	В	Г	Д
$F(x) = x^4 - 17$	$F(x) = 0,25x^4 - 5$	$F(x) = 0,2x^4 - 4$	$F(x) = 0,4x^4 - 3$	$F(x) = 0,5x^4 - 10$

10. Відомо, що $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,5$. Знайдіть $\sin 2\alpha$.

А	Б	В	Г	Д
0,25	0,75	-0,25	-0,75	-0,5

11. У студентському буфеті продають 4 види соків та 5 видів пиріжків. Першокурсник Василь на сніданок завжди купує склянку соку і два пиріжка різних видів. Скільки існує різних варіантів сніданку Василя?

А	Б	В	Г	Д
9	10	20	40	50

12. Другий член геометричної прогресії із додатним знаменником дорівнює 3, а восьмий дорівнює $\frac{1}{48}$. Знайдіть п'ятий член цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$

13. При якому значенні x вектори $\vec{a}(3; 0; 6)$ і $\vec{b}(-8; 7; x)$ будуть перпендикулярними?

А	Б	В	Г	Д
4	2	0	-2	-4

14. У яких координатних чвертях лежать точки, координати яких задовольняють співвідношення $xy - x + 2y - 2 = 0$?

А	Б	В	Г	Д
в усіх, крім першої	в усіх, крім другої	в усіх, крім третьої	в усіх, крім четвертої	в усіх чвертях

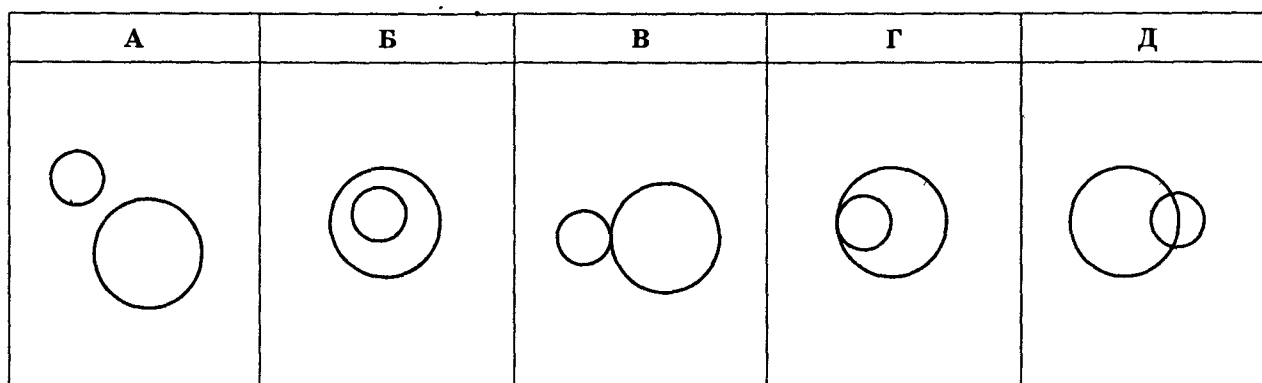
15. Знайдіть суму всіх двоцифрових чисел, які діляться на 7.

А	Б	В	Г	Д
686	728	756	812	903

16. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{3-2x} \geq \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.

А	Б	В	Г	Д
$x \in [3; +\infty)$	$x \in (-\infty; 3]$	$x \in [1, 5; +\infty)$	$x \in (-\infty; 1]$	$x \in [1; +\infty)$

17. Два кола мають радіуси 3 см і 5 см, а відстань між їх центрами дорівнює 1 см. Яке взаємне розташування цих двох кіл?



18. Змішали 2 літра молока жирністю 6% і 3 літра молока жирністю 8%. Яка буде жирність утвореної молочної суміші?

А	Б	В	Г	Д
6,6%	7%	7,2%	7,5%	7,8%

19. Розв'яжіть рівняння $\sin x = \lg 11$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^n \arcsin(\lg 11) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \arcsin(\lg 11) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \arcsin(\lg 11) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\emptyset$	$(-\infty; +\infty)$

20. У правильному многограннику 12 ребер і 8 вершин. Скільки у ньому граней?

А	Б	В	Г	Д
12	6	4	10	8

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Знайдіть суму всіх дійсних коренів рівняння $\frac{x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-2} = 2,5$.

Відповідь: _____

22. Обчисліть $\left(\sqrt[4]{17 - \sqrt{288}} - \sqrt{2}\right)^2$.

Відповідь: _____

23. Знайдіть $h(6)$, якщо $h(x) = f(g^{-1}(x))$, $f(x) = \cos(2\pi x)$, $g(x) = \frac{1}{x-1}$ ($g^{-1}(x)$ — функція, обернена до $g(x)$).

Відповідь: _____

24. Знайдіть суму цілих розв'язків нерівності $\sqrt{2+x-x^2} > x-4$.

Відповідь: _____

25. Тенісний м'яч поміщено у циліндричну упаковку так, що він дотикається до стінок упаковки, до дна і до кришки. Обчисліть відношення об'ємів упаковки і м'яча.

Відповідь: _____

26. Трава на галявині росте з постійною швидкістю. Відомо, що 70 корів з'їли б всю траву за 24 дні, а 30 корів — за 60 днів. Скільки корів у стаді, якщо це стадо з'їдає всю траву на галявині за 96 днів?

Відповідь: _____

27. Пряма $x = a$, $a \in [0; 8]$ перетинає графіки функцій $y = 2x$ та $y = \frac{1}{4}x^2$ у точках A і B відповідно.

При якому значенні параметра a довжина відрізка AB буде найбільшою.

Відповідь: _____

28. Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності $\log_{\frac{1}{2}} \log_{\sqrt{5}}(x-4) > -1$.

Відповідь: _____

29. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіками функцій $f(x) = 4 - x^2$ і $g(x) = x^2 - 4$. Результат округліть до сотих.

Відповідь: _____

30. Знайдіть кількість коренів рівняння $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 1 = 0$ на інтервалі $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Відповідь: _____

31. Про числа $x > 0$ і $y < 0$ відомо, що $\frac{x^2 - 4y^2}{xy} = 3$. Знайдіть $\frac{2x^2 + y^2}{3xy}$.

Відповідь: _____

32. Дві медіани трикутника взаємно перпендикулярні і дорівнюють 9 та 6. Знайдіть площу трикутника.

Відповідь: _____

33. Знайдіть найменше ціле значення параметра a , при якому нерівність $|x - 2| + |x| < a$ має розв'язки.

Відповідь: _____

34. Пряма проходить через точку $M(2; 3)$ і перетинає осі координат у точках A і B . Знайдіть кутовий коефіцієнт прямої, якщо $AM = MB$.

Відповідь: _____

35. Обчисліть значення виразу $\frac{\sin^6 \beta + \cos^6 \beta - 1}{\sin^4 \beta + \cos^4 \beta - 1}$ при $\beta = \frac{\pi}{12}$.

Відповідь: _____

36. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник з катетами 6 і 8, а бічне ребро дорівнює висоті прямокутного трикутника, проведеної до гіпотенузи. Обчисліть об'єм призми.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. Переріз площиною правильної чотирикутної піраміди, у якої бічне ребро дорівнює стороні основи, зроблено так, що отриманий многокутник має максимальну кількість сторін, а всі його вершини, крім однієї, є серединами ребер піраміди. Знайдіть:

- а) кількість сторін многокутника, що є перерізом піраміди;
- б) косинус кута нахилу площини перерізу до основи піраміди;
- в) відношення площі перерізу до площі основи піраміди.

38. Задано функцію $f(x) = \frac{(\sqrt{3+x} + x - 3)(x^2 - 3x - 4)}{|2x + 3| - |3x + 2|}$. Знайдіть:

- а) область визначення функції;
- б) нулі функції;
- в) усі розв'язки нерівності $f(x) \geq 0$.

А

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк відповідей до зошита з **математики** (позначте номер так: ☒) ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

УВАГА! Відмічайте тільки один варіант відповіді у рядку варіантів відповідей до кожного завдання. Дотримуйтесь, будь ласка, правил запису відповідей. У завданнях 21–36 правильну відповідь записуйте, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожному білому прямокутнику. Знак «мінус» записуйте в окремому білому прямокутнику ліворуч від цифри.

Наприклад: правильно записане число 3 буде ☐ ☐ ☐ **3** ☐ ☐ ☐ чи так: ☐ ☐ ☐ **3** ☐ **0** ☐ ☐
 виглядати так:
 правильно записане число 3,4 буде ☐ ☐ ☐ **3** ☐ **4** ☐ ☐
 виглядати так:
 правильно записане число –3,04 буде ☐ ☐ **–** ☐ **3** ☐ **0** ☐ **4** ☐ ☐
 виглядати так:

Неправильно записане число 3,4 виглядає так: ☐ ☐ ☐ **3** ☐ ☐ **4** ☐ ☐ чи так: ☐ ☐ ☐ **3** ☐ ☐ **4** чи так: ☐ ☐ ☐ **3** ☐ ☐ ☐ **4**

Якщо Ви вирішили змінити відповідь у деяких завданнях, то правильну відповідь можна зазначити в спеціально відведених клітинках, розташованих внизу бланка відповідей.

У завданнях 1–20 правильну відповідь позначайте **тільки так:** ☒

А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	6	☐	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	☐	17	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐	☐	18	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐	☐	19	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐	☐	20	☐	☐	☐	☐

У завданнях 21–36 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

21	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	25	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	29	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	33	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
22	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	26	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	30	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	34	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
23	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	27	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	31	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	35	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐
24	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	28	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	32	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐	36	☐	☐	☐	☐	,	☐	☐	☐

Щоб виправити відповідь до завдання, запишіть його номер у відповідних клітинках

Завдання 1–20

Завдання 21–36

Номер завдання	А	Б	В	Г	Д
☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐

Номер завдання					
☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐

ВІДПОВІДІ ДО ТЕСТІВ

№ тесту № завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частина 1										
1	В	В	А	Д	Д	Б	Д	В	Д	Б
2	В	Д	Г	Г	В	Г	В	А	Б	А
3	А	В	Б	В	Б	Д	Д	Г	Б	А
4	Д	В	В	Д	Б	Г	Б	Г	А	Д
5	В	Г	Д	А	А	Д	Б	В	В	Г
6	В	А	В	В	В	В	В	Б	Г	А
7	Г	А	А	Г	Г	А	Г	В	Д	Д
8	Г	Д	Д	Б	В	А	А	А	А	Г
9	Г	Д	Г	А	Г	Г	А	Г	В	Б
10	В	В	В	Б	А	В	В	А	Г	Г
11	В	А	Б	В	Д	Д	Д	Б	А	Г
12	А	Г	Д	А	Г	В	Б	Д	В	Д
13	Д	Б	А	Д	Д	А	В	Г	В	А
14	А	Д	Г	Г	Г	Д	А	Д	В	Г
15	Б	А	Б	Д	Б	Г	Б	А	Г	Б
16	А	Д	Б	Б	А	Д	Д	Д	Б	Д
17	В	Б	В	А	В	Б	Г	Б	Д	В
18	Г	А	А	В	Г	В	Г	Б	Г	В
19	Д	Г	Г	Б	Б	Г	А	В	Г	Г
20	Д	Г	Д	Г	А	Б	Д	А	Б	Б
Частина 2										
21	50	135	4,5	-16	-1	-6	7,25	2	90	-1
22	-2	1	2,6	4,4	2	2	60	4	5	1
23	0,92	4	3	3,6	2	3,5	-2	31	0	0,5
24	3,5	24	43	8	2	3	-24	3,33	0	2
25	5	56	7	-15	4	2	0,5	-11	7	1,5
26	6	12	2,67	3	-16	1	0,01	3	1,2	20
27	6	6	1,3	22	6	3	5	1,2	5	4
28	1,6	2	-1	0,75	0,25	-0,96	1,57	3	2,5	8
29	0,2	0,5	-0,89	0,5	4,8	8	3	3	4	21,33
30	4	90	9	-2	5	15	-7	-4	4	2
31	36	37,5	6	50	3	-3	864	13	2	-1
32	-81	-1	9	692	2,57	9	125	-9	6	36
33	-15,625	8	4,5	-1	60	1,5	46	32	3	3
34	300	4	60	2	3	18	4	1	6	-1,5
35	896	10	2	2	-2	0,5	5	1	504	1,5
36	16	81	3	12,56	144	3	9,6	4	-1	115,2

Частина 3

Тест 1

37. а) $6\sqrt{3}$ см²; б) $\lambda = 2$; в) 8 см.

38. а) $[1 - \sqrt{3}; 2) \cup (2; 2,5)$; б) $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$; в) $\left[1 - \sqrt{3}; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right] \cup (2; 2,5)$.

Тест 2

37. $S = \frac{h^2 \cos \alpha}{2 \sin^2 \alpha}$.

38. в) $S = 5\pi$ кв. од.

Тест 3

37. б) 0,75.

38. а) $\emptyset$; б) $a \in (\infty; 0]$.

Тест 4

37. а) 6 см; б) $\sqrt{6} + 1$ см; в) $2\sqrt{10}$ см.

38. а) 2; б) $a = \pm 1$; в) $a = 0,25$.

Тест 5

37. а) 12 см; б) 12 : 13; в) 90° .

38. а) $f_{\min} = 2$; $f_{\max} = 3$; б) $g_{\min} = \sqrt{2}$; $g_{\max} = 2$; в) $x = 2$.

Тест 6

37. а) 0,1; б) 0,02.

38. а) $y = -\frac{x}{x_0^2} + \frac{2}{x_0}$; б) $S = -\frac{2}{x_0^2} + \frac{2}{x_0}$; в) $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Тест 7

37. а) висота піраміди є висотою заданої бічної грані; довжина висоти дорівнює $\frac{a\sqrt{3}}{2}$;

б) радіус описаної кулі дорівнює $\frac{a\sqrt{15}}{6}$.

38. а) $a \in [-4; 4]$; б) $\frac{7\pi}{4}$.

Тест 8

37. а) $\frac{\sqrt{2}}{6} \operatorname{tg} \alpha (1 + \sqrt{2} \operatorname{ctg} \alpha)^3$; б) $\alpha = \arctg(2\sqrt{2})$.

38. $\left(0; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\sqrt[3]{3}; +\infty\right)$.

Тест 9

37. б) переріз є прямокутником; в) $S = \frac{2\sqrt{3}a^2}{27 \cos \beta}$.

38. $k = 4n$, $n \in \mathbb{Z}$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

Тест 10

37. а) 5; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\frac{5\sqrt{2}}{16}$

38. а) $D(f) = [-3; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$;

б) $x = 4$; в) $x \in [-3; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; 4]$.