

Ознаки ромба

Задачі на доведення.

Задача 1. Доведіть, що якщо в паралелограмі діагоналі перпендикулярні, то він є ромбом.

Доведення

Нехай $ABCD$ — паралелограм, у якому діагоналі AC і BD перпендикулярні й перетинаються в точці O (рис. 1). Трикутники AOB і AOD рівні за двома катетами: $BO = OD$ за властивістю діагоналей паралелограма, AO — спільна сторона, а кути при вершині O прямі. З рівності трикутників випливає, що $AB = AD$. А за властивістю протилежних сторін паралелограма $AD = BC$, $AB = CD$. Таким чином, $AD = BC = AB = CD$, отже, $ABCD$ — ромб.

Задача 2 (№ 127). Доведіть, що якщо в паралелограмі діагоналі є бісектрисами його кутів, то цей паралелограм — ромб.

Доведення

Нехай $ABCD$ — паралелограм, у якому діагональ AC — бісектриса кутів BCD і BAD (рис. 2). Оскільки $\angle BCD = \angle BAD$ за властивістю протилежних кутів паралелограма, то і $\angle BCA = \angle BAC$ як половини рівних кутів. Розглянемо трикутник ABC : у ньому два кути рівні, отже, він рівнобедрений з основою AC . Звідси $AB = BC$. А оскільки $AB = CD$, $BC = AD$ за властивістю протилежних сторін паралелограма, то $AB = BC = CD = AD$. Таким чином, $ABCD$ — ромб.

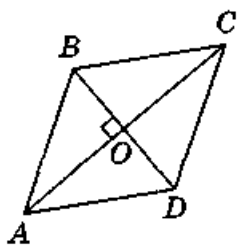


Рис. 1

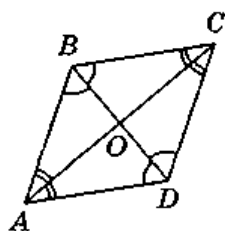


Рис. 2

Задача 3. Доведіть, що якщо в паралелограмі дві сусідні сторони рівні, то цей паралелограм — ромб.

Доведення

Нехай у паралелограмі $ABCD$ $AB = BC$. Як відомо, $AB = CD$ і $BC = AD$, отже, всі сторони паралелограма рівні. Таким чином, $ABCD$ — ромб.

Властивості ромба

Усні вправи

1. Кут ромба дорівнює 70° . Знайдіть інші його кути.
2. У ромбі $ABCD$ діагоналі AC і BD дорівнюють відповідно 10 см і 6 см. Знайдіть відрізки AO і BO .
3. У ромбі $ABCD$ $\angle A = 140^\circ$. Чому дорівнює кут BAC ? Доведіть, що трикутник AOB прямокутний (точка O — точка перетину діагоналей ромба). Чому дорівнює кут ABO ?

Письмові вправи. Умову знайди в підручнику

Задача № 111. Розв'язання

Нехай у ромбі $ABCD$ $BD = AB$ (рис. 3). За означенням ромба його сторони рівні, отже, у трикутнику ABD $AB = BD = AD$, тобто він рівносторонній.

Звідси $\angle A = \angle ABD = \angle BDA = 60^\circ$. Оскільки BD — бісектриса кута ABC ромба, то $\angle ABC = 2 \cdot \angle ABD = 120^\circ$. За властивістю протилежних кутів ромба маємо: $\angle C = \angle A = 60^\circ$, $\angle D = \angle B = 120^\circ$.

Відповідь: 60° ; 60° ; 120° ; 120° .

Задача № 116. Розв'язання

Нехай $ABCD$ — даний ромб (рис. 4). $BK \perp AD$ і $AK = KD$ за умовою. Тоді трикутник ABD рівнобедрений з основою AD (за ознакою рівнобедреного трикутника). Звідси $BD = AB$. Отже, трикутник ABD рівносторонній. Тоді

$\angle A = 60^\circ$, $\angle ABD = \angle ADB = 60^\circ$. За властивістю діагоналей ромба $\angle ABC = 2 \cdot \angle ABD = 120^\circ$. $\angle D = \angle ABC = 120^\circ$. Отже, кути ромба дорівнюють: 60° , 60° , 120° , 120° . Далі, оскільки $AB = AD = BD = 5$ см, то $P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 20$ (см).

Відповідь: 1) 60° ; 60° ; 120° ; 120° ; 2) 20 см.

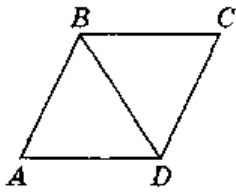


Рис. 3

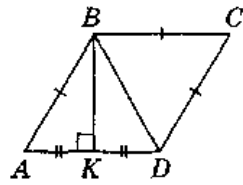


Рис. 4

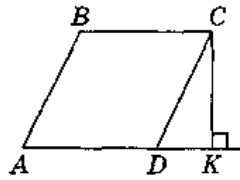


Рис. 5

В Задача № 133. Розв'язання

Нехай $ABCD$ — даний ромб, $CK \perp AD$ (рис. 5). Нехай $\angle C = x$, тоді $AD = 5x$. За властивістю кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони паралелограма, маємо: $x + 5x = 180$; $6x = 180$; $x = 30$. Отже, $\angle C = 30^\circ$, $\angle D = 150^\circ$. Тоді

$\angle CDK = 180^\circ - \angle D = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. Оскільки периметр ромба $ABCD$ становить 56 см, то $AB = BC = CD = AD = 56 : 4 = 14$ (см). У трикутнику CDK ($\angle K = 90^\circ$) $\angle CDK = 30^\circ$, гіпотенуза $CD = 14$ см. Тоді катет $CK = \frac{1}{2} CD = 7$ (см).

Відповідь: 7 см.