

Завдання та задачі для самостійного практичного виконання.

Задача 1

1. Яку фігуру називають квадратом?
2. Який ромб є квадратом?
3. Які властивості має квадрат?

Знайдіть відповіді на ці запитання в тексті теоретичної частини.

Задача 2

Доведіть, що коли один з кутів ромба прямий, то цей ромб є квадратом.

Задача 3

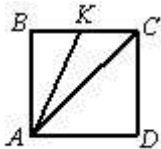
Доведіть, що коли дві сусідні сторони прямокутника рівні, то цей прямокутник є квадратом.

Задача 4

Діагональ BD квадрата $ABCD$ дорівнює 5 см. Яка довжина діагоналі AC ? Чому дорівнюють кути трикутника AOB , де O — точка перетину діагоналей квадрата?

Задача 5

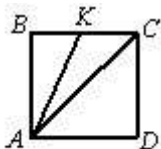
На стороні BC квадрата $ABCD$ позначили точку K так, що $\angle AKB = 74^\circ$:



Знайдіть $\angle CAK$.

Задача 6

На стороні BC квадрата $ABCD$ позначили точку K так, що $AK = 2BK$:



Знайдіть $\angle KAD$.

Трикутник BKA — прямокутний, у якого катет дорівнює половині гіпотенузи.

Задача 7

Чи є правильним твердження:

- 1) будь-який квадрат є паралелограмом;
- 2) будь-який ромб є квадратом;
- 3) будь-який прямокутник є квадратом;
- 4) будь-який квадрат є прямокутником;
- 5) будь-який квадрат є ромбом;
- 6) якщо діагоналі чотирикутника рівні, то він є прямокутником;
- 7) якщо діагоналі чотирикутника перпендикулярні, то він є ромбом;
- 8) існує ромб, який є прямокутником;
- 9) існує квадрат, який не є ромбом;
- 10) якщо діагоналі чотирикутника не перпендикулярні, то він не є ромбом;
- 11) якщо діагоналі паралелограма не рівні, то він не може бути прямокутником;
- 12) якщо діагональ прямокутника поділяє його кут навпіл, то цей прямокутник є квадратом?

Задача 8

Квадрат.

Задача 9

У прямокутному трикутнику через точку перетину бісектриси прямого кута і гіпотенузи проведено прями, паралельні катетам. Доведіть, що чотирикутник, який утворився, є квадратом.

Задача 10

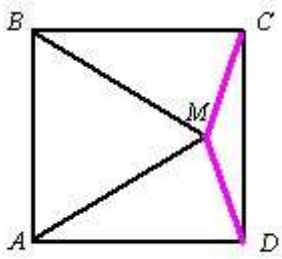
Точки M , K , N , P є відповідно серединами сторін AB , BC , CD і AD квадрата $ABCD$. Доведіть, що чотирикутник $MKNP$ — квадрат.

Задача 11

У трикутнику ABC $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 14$ см. Дві сторони квадрата $CDEF$ лежать на катетах трикутника ABC , а вершина E належить гіпотенузі AB . Знайдіть периметр квадрата $CDEF$.

Задача 12

У квадраті $ABCD$ позначено точку M так, що трикутник AMB — рівносторонній. Доведіть, що $\triangle CMD$ — рівнобедрений.

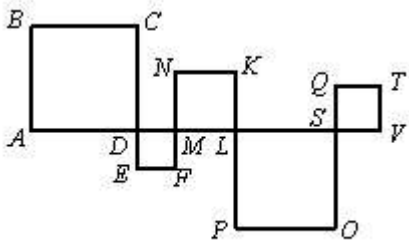


Задача 13

Доведіть, що коли діагоналі паралелограма рівні та перпендикулярні, то цей паралелограм є квадратом.

Задача 14

Чотирикутники $ABCD$, $DEFM$, $MNKL$, $LPOS$, $SQTV$ — квадрати:



Знайдіть суму довжин тих сторін квадратів, які не лежать на прямій AV , якщо довжина відрізка AV дорівнює 16 см.

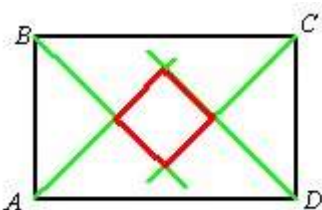
Відрізок AV складається із сторін кількох квадратів, по одній від кожного квадрата.

Задача 15

Побудуйте квадрат за його стороною.

Задача 16

Доведіть, що бісектриси кутів прямокутника, який не є квадратом, перетинаючись, утворюють квадрат.



Задача 17

Вершини M і K рівностороннього трикутника AMK належать сторонам BC і CD квадрата $ABCD$. Доведіть, що $MK \parallel BD$.

Задача 18

Дано точки M і K . Побудуйте квадрат $ABCD$ так, щоб точка M була серединою сторони AB , а точка K — серединою сторони BC .

Задача 19

Через довільну точку, яка належить квадрату, проведено дві взаємно перпендикулярні прямі, кожна з яких перетинає дві протилежні сторони квадрата. Доведіть, що відрізки цих прямих, які належать квадрату, рівні.

Задача 20

Побудуйте квадрат:

- 1) за сумою діагоналі та сторони;
- 2) за різницею діагоналі та сторони.

Задача 21

У квадраті $ABCD$ позначено точку O так, що $\angle OAD = \angle ODA = 15^\circ$. Доведіть, що $\triangle BOC$ — рівносторонній.

Задача 22

На сторонах BC і CD квадрата $ABCD$ позначено точки M і E так, що кути BAM і MAE рівні. Доведіть, що $AE = BM + DE$.

Відповіді.

Задача 2

Оскільки ромб є паралелограмом, а у паралелограма сума суміжних кутів дорівнює 180° , то два кути ромба, суміжні з заданим, є також прямими.

Оскільки ромб є паралелограмом, а у паралелограма протилежні кути рівні, то й четвертий кут дорівнює 90° .

Отже, цей ромб є прямокутником.

Оскільки у ромба всі сторони рівні, то за означенням ця фігура є квадратом.

Задача 3

Оскільки прямокутник є паралелограмом, то його протилежні сторони рівні.

Отже, всі сторони цього прямокутника рівні між собою.

За означенням цей прямокутник є квадратом.

Задача 4

Діагоналі квадрата рівні. Отже, $AC = BD$.

Діагоналі квадрата рівні, перпендикулярні і точкою перетину діляться навпіл.
Отже, трикутник AOB — рівнобедрений прямокутний, його кути дорівнюють 45° , 45° , 90° .

$AC = 5$ см.

кути трикутника AOB дорівнюють 45° , 45° , 90° .

Задача 5

$$\angle BSA = 45^\circ$$

Покажіть, що

$$\angle SKA = 180^\circ - \angle AKB = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ.$$

Кути BKA і SKA суміжні,

$$\angle KSA = 45^\circ$$

як кут між стороною квадрата і діагоналлю.

$$\angle SAK = 180^\circ - \angle KSA - \angle SKA = 180^\circ - 106^\circ - 45^\circ = 29^\circ$$

З трикутника AKS

Яким іншим шляхом можна було отримати цей результат?

29°

Задача 6

Трикутник BKA — прямокутний, у якого катет дорівнює половині гіпотенузи.

$$\angle BAK = 30^\circ.$$

Отже,

$$\angle BAD = 90^\circ = \angle BAK + \angle KAD;$$

$$\angle KAD = 90^\circ - \angle BAK = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

60° .

Задача 7

1) будь-який квадрат є паралелограмом

Так.

2) будь-який ромб є квадратом

Ні.

3) будь-який прямокутник є квадратом

Ні.

4) будь-який квадрат є прямокутником;

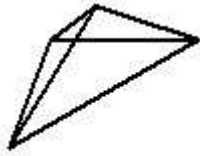
Так.

5) будь-який квадрат є ромбом;

Так.

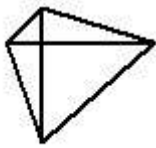
6) якщо діагоналі чотирикутника рівні, то він є прямокутником

Ні, наприклад:



7) якщо діагоналі чотирикутника перпендикулярні, то він є ромбом;

Ні, наприклад:



8) існує ромб, який є прямокутником;

Так, це квадрат.

9) існує квадрат, який не є ромбом;

Ні.

10) якщо діагоналі чотирикутника не перпендикулярні, то він не є ромбом;

Так.

11) якщо діагоналі паралелограма не рівні, то він не може бути прямокутником;

Так.

12) якщо діагональ прямокутника поділяє його кут навпіл, то цей прямокутник є квадратом?

Так.

Задача 8

Квадрат.

Задача 9

Покажіть, що всі сторони цього чотирикутника рівні.

Скористайтесь твердженням, що коли один кут паралелограма прямий, то решта його кутів також прямі.

Задача 10

Покажіть, що сторони чотирикутника $MKNP$ рівні.

Знайдіть кути чотирикутника $MKNP$.

Задача 11

28 см.

Задача 12

Розгляньте трикутники AMD і BMC.

Оскільки трикутник ABM — рівносторонній, то кути MBA і MAB рівні і дорівнюють по 60° .

Отже, кути CBM і DAM дорівнюють по $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, тобто рівні.

BC = AD як сторони квадрата,

BM = MA як сторони рівностороннього трикутника.

Отже, трикутники AMD і BMC рівні за двома сторонами і кутом між ними.

CM = MD як відповідні сторони рівних трикутників. Отже, $\triangle CMD$ —
рівнобедрений.

Задача 13

Скористайтеся ознаками прямокутника і ромба.

Якщо діагоналі паралелограма перпендикулярні, то він є ромбом.

Якщо у паралелограма діагоналі рівні, то він є прямокутником.

Фігура, яка є одночасно прямокутником і ромбом, є квадратом.

Задача 14

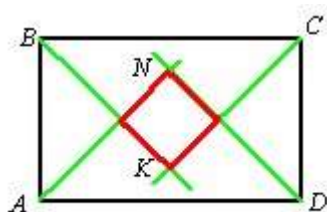
Відрізок AV складається із сторін кількох квадратів, по одній від кожного квадрата.

Шукана сума складається із сторін цих самих квадратів, узятих по три від кожного квадрата.

Отже, шукана сума втричі більша за довжину відрізка AV.

48 см.

Задача 16



Бісектриси кутів прямокутника, прилеглих до однієї сторони, разом з цією стороною утворюють рівнобедрений трикутник, кути при основі якого дорівнюють по

45°. Отже, цей трикутник прямокутний. Ми довели, що у шуканого чотирикутника всі кути прямі.

Тепер потрібно довести, що цей прямокутник одночасно є й ромбом. Яку з ознак ромба зручно використати?

Задача 17

Доведіть, що $AC \perp MK$.

Задача 18

Побудуйте рівнобедрений прямокутний трикутник з гіпотенузою MK .

Задача 19

Побудуйте два прямокутних трикутники, у кожному з яких один катет дорівнює стороні квадрата, а гіпотенузи є даними відрізками. Доведіть рівність цих трикутників.

Задача 21

Побудуйте рівносторонній трикутник BO_1C так, щоб точка O_1 належала квадрату. Покажіть, що $\angle O_1AD = \angle O_1DA = 15^\circ$. Звідси випливає, що точки O і O_1 збігаються.

Задача 22

На продовженні відрізка CD за точку D позначте точку M_1 так, щоб $DM_1 = BM$.
Доведіть, що $\angle EAM_1 = \angle EM_1A$.