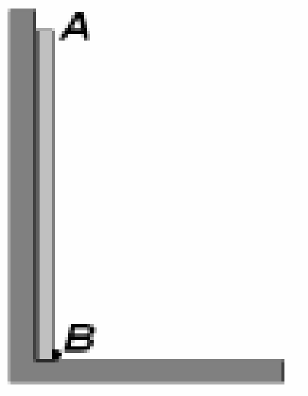
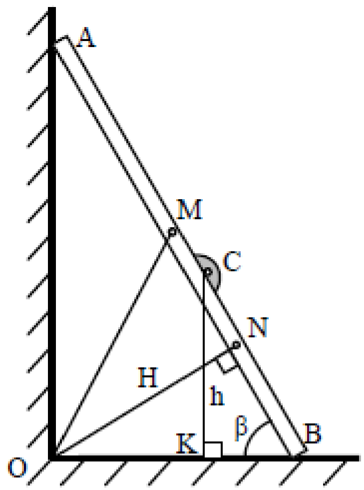
Задача 2.



Біля вертикальної стінки стоїть паличка AB довжиною L (див. мал.). На її нижньому кінці B сидить жук. В той момент, коли кінець B почали рухати праворуч з постійною швидкістю V, жук поповз по паличці з постійною щодо неї швидкістю u. На яку максимальну висоту над підлогою підніметься жук за час свого руху по паличці, якщо її верхній кінець не відривається від стінки?

Розв'язання.



Нехай через час t положення палички відповідає малюнку. Тоді т. C – місце знаходження жука на паличці, т. M – середина палички; CK = h – висота жука над підлогою, ON = H – відстань від кута O до палички, t – час, який минув з початку руху жука.

Тоді OB = V ·t, BC = U·t; AM = OM = L/2.

Трикутники ONB і CKB подібні, оскільки вони прямокутні та мають спільний гострий кут β,

тому: CK/ON = BC/OB, або h/H = (U·t)/(V ·t) = U/v, звідки h = H·(U/ V).

У прямокутному трикутнику OMN катет ON = H ≤ OM = L/2 (OM – гіпотенуза), причому рівність досягається при $\beta = 45^0$,

отже $h_{max} = H_{max}$ (U /V) = (U / 2V)L.

Цей результат буде вірним, якщо за час t_{max} = OB /V L $\sqrt{2}$ V

(де $OB = \sqrt{L^2/4 + L^2/4} = L/\sqrt{2}$ за теоремою Піфагора)

жук не встигає доповзти до верхнього кінця палички,

тобто коли $U \cdot t_{max} < L$, що еквівалентно нерівності

$U \leq 2$ V .

У протилежному випадку висота буде максимальною до моменту часу

t = L/U досягнення жуком точки A: $h_{max} = \sqrt{L^2 - (V \cdot t)^2} = L\sqrt{1 - V^2/U^2}$