

Лінійні рівняння та рівняння, що зводяться до лінійних.

Рівняння – це рівність із змінною.

Приклад: а) $3x = 12$; б) $5y^2 - 4 = 26$ – рівняння.

Корінь (розв'язок) рівняння – це таке значення змінної, при якому рівняння перетворюється у правильну рівність.

Приклад:

а) $x = 4$ корінь рівняння $3x = 12$ оскільки $3 \cdot 4 = 12$ – правильна рівність.

б) $y = 6$ корінь рівняння $5y - 4 = 26$ оскільки $5 \cdot 6 - 4 = 26$ – правильна рівність.

Розв'язати рівняння означає знайти всі його корені або довести, що їх немає.

Приклад: $0 \cdot x = 4$ – рівняння, яке не має коренів, оскільки добуток $0 \cdot x$ при будь-якому x дорівнює нулю і не може дорівнювати 4.

Рівносильні рівняння – рівняння, що мають однакові корені.

Приклад: $2x - 5x^2 = 0$ і $x(2 - 5x) = 0$ – рівносильні рівняння, так як мають однакові корені $x = 0$ і $x = 2,5$

Тотожні перетворення рівнянь – такі перетворення, внаслідок яких отримують рівносильні рівняння.

Рівняння - наслідки – такі перетворення рівнянь, при яких кожний корінь початкового рівняння є коренем наступного.

Приклад: рівняння $\sqrt{x+2} = x$ і (отримане піднесенням до квадрату першого рівняння) $x+2 = x^2$ – рівняння – наслідки, так як перше рівняння має один корінь $x = 2$, який є водночас і коренем другого рівняння. Але друге рівняння має ще один корінь $x = -1$, який не є коренем першого рівняння.

Лінійні рівняння.

Рівняння виду $ax = b$, де a і b деякі числа, називається лінійним рівнянням із змінною x .

Приклад: $5x = 20$ – лінійне рівняння.

Схеми розв'язання:

1. якщо $a \neq 0$, то рівняння має єдиний корінь $x = \frac{b}{a}$.

Приклад: рівняння $5x = 20$ має єдиний корінь $x = \frac{20}{5} = 4$.

2. якщо $a = 0$; $b = 0$, то рівняння має безліч коренів, x – будь-яке число.

Приклад: рівняння $0 \cdot x = 0$ має безліч коренів, будь-яке число є коренем рівняння.

3. якщо $a = 0$; $b \neq 0$, то рівняння не має коренів.

Приклад: рівняння $0 \cdot x = 20$ не має коренів.

Рівняння, що зводяться до лінійних.

Схема розв'язання:

1. Розкрити дужки (якщо вони є).
2. Перенести члени із змінною в одну сторону рівняння, а без змінної – в іншу.
3. Звести подібні доданки.
4. Розв'язати отримане лінійне рівняння $ax = b$.

Приклад 1:

$$2(3x - 1) + x = 5x + 8$$

$$6x - 2 + x = 5x + 8$$

$$6x + x - 5x = 8 + 2$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2} \quad x = 5$$

Відповідь: $x = 5$ – корінь рівняння.

Приклад 2: $(2x + 4)(3x - 1) + 4x = (6x + 7)(x - 6) + 12$

$$6x^2 - 2x + 12x - 4 + 4x = 6x^2 + 7x - 36x - 42 + 12$$

$$6x^2 - 2x + 12x - 6x^2 - 7x + 36x + 4x = -42 + 12 + 4$$

$$43x = -26$$

$$x = -\frac{26}{43}$$

Відповідь: $x = -\frac{26}{43}$ – корінь рівняння.

Системи лінійних рівнянь з двома змінними.

Розв'язком системи рівнянь з двома змінними називається впорядкована пара значень невідомих, при яких кожне рівняння системи перетворюється у правильну числову рівність.

Розв'язати систему рівнянь означає знайти всі її розв'язки або довести, що їх немає.

Основні способи розв'язування систем лінійних рівнянь з двома змінними є:

а) спосіб підстановки; б) спосіб додавання; в) графічний спосіб.

Схема розв'язання способом підстановки:

- 1) виразити з якого-небудь рівняння системи одну змінну через іншу;
- 2) підставити в інше рівняння системи замість цієї змінної одержаний вираз;
- 3) розв'язати одержане рівняння з однією змінною;
- 4) знайти відповідне значення іншої змінної.

Приклад: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 3x - 2(3 - 2x) = 8 \end{cases} \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 3x - 6 + 4x = 8 \end{cases} \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 7x = 14 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 3 - 2 \cdot 2 \\ x = 2 \end{cases}; \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$. Відповідь: $(2; -1)$ – розв'язок системи.

Схема розв'язання способом додавання:

- 1) помножити обидві частини одного або двох рівнянь на такі числа, щоб коефіцієнти при одній із змінних стали протилежними числами;
- 2) додати почленно ліві і праві частини рівнянь;
- 3) розв'язати одержане рівняння з однією змінною;
- 4) знайти відповідне значення іншої змінної.

Приклад:
$$\begin{cases} 3x + 5y = 9 \\ 6x + 2y = -6 \end{cases}$$

Помножимо обидві частини першого рівняння на «-2»:

$$\begin{cases} -6x - 10y = -18 \\ 6x + 2y = -6 \end{cases}; -8y = -24; y = 3$$

Помножимо обидві частини першого рівняння на «2» а другого на «-5»:

$$\begin{cases} 6x + 10y = 18 \\ -30x - 10y = 30 \end{cases}; -24x = 48; x = -2.$$

Відповідь: $(-2; 3)$ – розв'язок системи.

Схема розв'язання графічним способом:

- 1) побудувати графік першого рівняння, вважаючи одну із змінних незалежною змінною;
- 2) побудувати графік другого рівняння, вважаючи ту ж змінну незалежною змінною;
- 3) знайти координати точки чи точок перетину графіків;
- 4) знайдені пари значень змінних і є розв'язком системи.