

**Допустимі значення алгебраїчного виразу.
Многочлен. Формули скороченого множення
Це потрібно знати!**

Означення	Приклади
<i>Алгебраїчним виразом</i> називається вираз, складений з чисел і змінних за допомогою знаків додавання, віднімання, множення, ділення, зведення в раціональну степінь та добування квадратного кореня	а) $2xy(x - y) + 4x^2y$; б) $2a + \frac{b}{7} + 7c^2$; в) $(\sqrt{3} + 2x)^2$; г) $\frac{4x^2+5x-1}{3x+1}$.
<i>Цілим</i> називається <i>алгебраїчний вираз</i> , який не містить ділення на змінну або добування кореня зі змінної	а) $2x^2y - 5x + \frac{1}{3}$; б) $(7x + \frac{1}{2}y)^2$.
<i>Дробовим</i> називається <i>алгебраїчний вираз</i> , який складено за допомогою дій додавання, віднімання, множення, ділення, зведення до степеня з натуральним показником, причому використовується ділення на вираз за змінною	а) $\frac{5}{x} + \frac{6x}{y} + 7$; б) $(\frac{7x+1}{2x-3})^2$; в) $(\frac{4}{x} + 5)y$.
<i>Цілі та дробові алгебраїчні вирази називають раціональними</i>	
<i>Ірраціональним</i> називається <i>алгебраїчний вираз</i> , в якому використовується добування квадратного кореня із виразу зі змінною	а) $\sqrt{x} + 5y$; б) $\frac{\sqrt{x^3y+5\sqrt{c}}}{4x}$.

Множина значень змінних, при яких вираз має зміст, називається допустимими значеннями алгебраїчного виразу.

Алгебраїчний вираз	Допустимі значення алгебраїчного виразу	Приклади
<i>Цілі вирази</i>	Мають зміст при будь-якому значенні змінної	$5x^2 + 7x - 3$; $x \in (-\infty; +\infty)$;
<i>Дробові вирази</i>	Мають зміст при тих значеннях змінної, при яких знаменник не дорівнює нулю	$\frac{5x^2 - 3x + 4}{5x - 1}$; $5x - 1 \neq 0$; $x \neq \frac{1}{5}$; $x \in (-\infty; \frac{1}{5}) \cup (\frac{1}{5}; +\infty)$;
<i>Ірраціональні вирази</i>	Мають зміст, якщо вираз, що міститься під знаком квадратного кореня не є від'ємним числом	$\frac{\sqrt{x-5}}{4}$; $x - 5 \geq 0$; $x \geq 5$; $x \in [5; +\infty)$;

Добуток чисел, букв та їх натуральних степенів називається *одночленом*.

Приклади одночленів: $5xy^2$; $-0,3x^4$; $\frac{1}{5}xy^7$; $\frac{4x}{y^2}$.

Стандартним виглядом одночлена називають добуток, який складається з числового множника (коефіцієнта) на 1-му місці та степенів змінних, які розташовані за алфавітом (латинським або грецьким). Приклад: $-3x^2y$; $\frac{1}{3}x^4y^2c$; $0,5x^{10}y^8z^4$.

Степенем одночлена стандартного вигляду називається сума показників степенів всіх його змінних. Наприклад: $5x^4y^2$ – одночлен шостої степені, $-4x$ – одночлен першої степені, а у одночлена $\frac{1}{3}$ степінь дорівнює нулю.

Одночлени, які відрізняються між собою тільки числовим коефіцієнтом, називаються подібними. Приклад: $4x$ та $-0,4x$; $\frac{1}{3}y^2x$; та $-1\frac{1}{8}y^2x$.

Дії над одночленами

1) Додавання і віднімання: $\underline{3a^3} + \underline{ab} + b^2 + \underline{5a^3} - \underline{3ab} = 8a^3 - 2ab + b^2$.

2) Множення: $(4a^3b^2c) \cdot (-2a^4bd) = -8a^7b^3cd$.

3) Піднесення до степеня: $(2x^2y)^3 = 2^3(x^2)^3y^3 = 8x^6y^3$.

4) Ділення: $\frac{18a^6b^4c^3}{3a^3b^2c} = \frac{18}{3} \cdot \frac{a^6}{a^3} \cdot \frac{b^4}{b^2} \cdot \frac{c}{c} = 6a^3b^2$.

Многочленом називається алгебраїчна сума декількох одночленів.

Наприклад: $-3x^2 + 4x - 7y + 0,8$.

Многочленом стандартного вигляду називається многочлен, у якого всі одночлени записані в стандартному вигляді та зведені подібні доданки.

Наприклад: $-3x^3a^2 + 1,7x^2a - 4,1x - 9,4$.

Степенем многочлена стандартного вигляду називається найбільша степінь одночлена, який входить до цього многочлена.

Наприклад: $4x^2 - 8x^2y + 4,5$ – многочлен 3-ої степені.

Формули скороченого множення

Назва формули	Формула	Приклад
Різниця квадратів двох виразів	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	$16 - y^2 = (4 - y)(4 + y)$ $49x^2 - y^6 = (7x - y^3)(7x + y^3)$
Квадрат суми двох виразів	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(5 + x)^2 = 25 + 10x + x^2$ $(7x + y^2)^2 = 49x^2 + 14xy^2 + y^4$
Квадрат різниці двох виразів	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$ $(3x - 4y^3)^2 = 9x^2 - 24xy^3 + 16y^6$
Різниця кубів двох виразів	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	$27 - x^3 = (3 - x)(9 + 3x + x^2)$

		$64x^3 - \frac{1}{8}y^6 = (4x - \frac{1}{2}y^2)(16x^2 + 2xy^2 + \frac{1}{4}y^4)$
<i>Сума кубів двох виразів</i>	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	$64 + y^3 = (4 + y)(16 - 4y + y^2)$ $\frac{1}{27}x^3 + 125y^9 = (\frac{1}{3}x + 5y^3)(\frac{1}{9}x^2 - \frac{5}{3}xy^3 + 25y^6)$
<i>Куб суми двох виразів</i>	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ $(3x + y^2)^3 = 27x^3 + 27x^2y^2 + 9xy^4 + y^6$
<i>Куб різниці двох виразів</i>	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	$(y - 4)^3 = y^3 - 12y^2 + 48y - 64$ $(2y - x^2)^3 = 8y^3 - 12y^2x^2 + 6yx^4 - x^6$
<i>Квадрат тричлена</i>		$(a + x + y)^2 = a^2 + x^2 + y^2 + 2ax + 2ay + 2xy;$ $(a - x - y)^2 = a^2 + x^2 + y^2 - 2ax - 2ay + 2xy$