

Ірраціональні числа. Арифметичний квадратний корінь.

Перетворення виразів, що містять корені. Порівняння ірраціональних виразів. Звільнення від ірраціональності в знаменнику виразу.

Це потрібно знати!

Ірраціональним числом називається нескінченний десятковий неперіодичний дріб.

Арифметичним квадратним коренем з числа a називається невід'ємне число, квадрат якого дорівнює a [якщо $b \geq 0$ і $b^2 = a$, то $\sqrt{a} = b$].

Властивості квадратного кореня

№	Властивість	Приклад
1	$\sqrt{a^2} = a $	$\sqrt{(-5,3)^2} = -5,3 = 5,3$
2	$\sqrt{a^{2n}} = a^n $	$\sqrt{1,2^4} = 1,2^2 = 1,44$
3	$\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$	$\sqrt{0,81 \cdot 225} = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{225} = 0,9 \cdot 15 = 13,5$
4	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$
5	Якщо $a > b \geq 0$, $\Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$	Якщо $\sqrt{49} < \sqrt{50}$, то $7 < 5\sqrt{2}$

Перетворення ірраціональних виразів

1. Винесення множника з-під знака кореня $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

2. Внесення множника під знак кореня $5\sqrt{3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$.

3. Розкладання на множники:

а) $a^2 - 2 = a^2 - (\sqrt{2})^2 = (a - \sqrt{2})(a + \sqrt{2})$;

б) $9c - 6\sqrt{5}c + 5 = (3\sqrt{c})^2 - 2(3\sqrt{c})\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = (3\sqrt{c} - \sqrt{5})^2$;

в) $\sqrt{35} - \sqrt{15} = \sqrt{5 \cdot 7} - \sqrt{5 \cdot 3} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5}(\sqrt{7} - \sqrt{3})$

Звільнення від ірраціональності в знаменнику виразу

Звільнення від ірраціональності в знаменнику (чисельнику) означає перетворити дріб так, щоб його знаменник (чисельник) не містив квадратного кореня.

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = a - b$$

Порівняння ірраціональних виразів

Більшому значенню аргументу функції $y = \sqrt{x}$ відповідає більше значення функції, і навпаки, більшому значенню функції відповідає більше значення аргументу, тобто якщо $x_1 > x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} > \sqrt{x_2}$, то навпаки $\sqrt{x_1} > \sqrt{x_2} \Rightarrow x_1 > x_2$.