

Задачі на роботу.

Задачі на обчислення компонентів роботи.

Задача 1:

Бригада робочих повинна була виготовити за зміну 7200 деталей, причому кожний робітник планував виготовити однакову кількість деталей. Але троє робітників захворіли і тому для виконання норми кожному із робітників, що залишились, прийшлося зробити на 400 деталей більше. Скільки робітників було в бригаді спочатку?

Розв'язок:

Нехай в бригаді було x робітників, тоді кожний з них повинен був за зміну виготовити $\frac{7200}{x}$ деталей (планова продуктивність робітника). Але робітників стало $x - 3$, тому кожний виготовив по $\frac{7200}{x-3}$ деталей (фактична продуктивність робітника). Так як фактична продуктивність більша за планову на 400 деталей, то маємо рівняння:

$$\frac{7200}{x-3} - \frac{7200}{x} = 400 ; \text{ОДЗ: } x \neq 0; x \neq 3$$

$$\frac{18}{x-3} - \frac{18}{x} = 1$$

$$18x - 18(x-3) = x(x-3)$$

$$x^2 - 3x - 54 = 0$$

$$x_1 = 9$$

$x_2 = -6$ - не підходить за змістом задачі.

Відповідь: 9 робітників

Задача 2:

Заказ по випуску машин завод повинен виконати за 20 днів. Випускаючи кожного дня на 3 машини більше плану, завод вже за два дні до кінця строку виготовив на 6 машин більше. Скільки машин по заказу повинен був виготовити завод?

Розв'язок:

Нехай завод повинен був виготовляти по x машин за день, отже всього повинно було виготовлено $20x$ машин. Але завод виготовляв по $x + 3$ машин за день, отже за 20 днів було виготовлено $18(x + 3)$ машин. Фактична кількість машин на 6 більша ніж планова. Отже маємо рівняння:

$$18(x + 3) - 20x = 6$$

$$-2x = -54$$

$$x = 24$$

Отже планова кількість машин: $20 \cdot 24 = 480$

Відповідь: 480 машин

Задачі на спільну роботу.

Задача 1:

Два робітника можуть разом виконати $\frac{2}{3}$ завдання за 4 дні. За скільки днів це завдання може виконати кожний робітник, якщо перший з них може зробити це на 5 днів швидше, ніж другий?

Розв'язок:

Прийmemo об'єм всього завдання за одиницю. Нехай перший робітник може виконати все завдання за x днів (тобто його продуктивність $\frac{1}{x}$), тоді другий може це зробити за $x + 5$ днів (тобто його продуктивність $\frac{1}{x+5}$).

За 4 дні перший виконує $\frac{4}{x}$ завдання, а другий $\frac{4}{x+5}$ завдання. За умовою це становить $\frac{2}{3}$ завдання, тобто рівняння має вигляд:

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+5} = \frac{2}{3}; \text{ ОДЗ: } x \neq 0; x \neq -5$$

$$12(x + 5) + 12x = 2x(x + 5)$$

$$6(x + 5) + 6x = x(x + 5)$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$x_1 = 10$$

$x_2 = -3$ - не підходить за змістом задачі.

$$x + 5 = 10 + 5 = 15$$

Відповідь: 10 днів; 15 днів.

Задача 2:

Один трактор типу А та три трактори типу В зорали поле за 8 годин. Три трактори типу А та шість тракторів типу В зорють за одну годину $\frac{7}{24}$ цього поля. За скільки годин зорють це поле два трактори типу А та три трактори типу В?

Розв'язок:

Прийmemo об'єм всього завдання за одиницю. Продуктивність трактора типу А прийmemo за x , тобто за годину він зоре x частин поля, а продуктивність трактора типу В за y , тобто за годину він зоре y частин поля.

Тоді за 8 годин один трактор типу А зоре $8x$ частин поля, а три трактори типу В зорють $3 \cdot 8y = 24y$ частин поля, а разом за 8 годин буде зорано все поле, тобто: $8x + 24y = 1$.

За одну годину три трактори типу А зорють $3x$ частин поля, а шість тракто-рів типу В бучастин поля, а разом $3x + 6y = \frac{7}{24}$.

$$\begin{cases} 8x + 24y = 1 \\ 3x + 6y = \frac{7}{24} \end{cases} ; \begin{cases} x = \frac{1}{24} \\ y = \frac{1}{36} \end{cases}$$

Два трактори типу А за годину зорють $2 \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{12}$ частин поля, а три трактори типу В зорють $3 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$ частин поля, а разом $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$ частин поля. Отже все поле вони зорють за $1 : \frac{1}{6} = 6$ годин.

Відповідь: 6 годин.

Задача 3:

Два робітника можуть виконати деяку роботу за 6 год. Якщо ж спочатку перший робітник виконає 60 % роботи, а потім другий – ту частину роботи, що залишилась, то вони витратять 12 год.

Скільки годин витратив би на виконання всієї роботи кожен робітник, щоб зібрати врожай, працюючи окремо?

Розв'язок:

	робота	час	продуктивність
1-й робітник	1	x	$\frac{1}{x}$
2-й робітник	1	y	$\frac{1}{y}$
разом обидва робітники	1	6	$\frac{1}{6}$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 0,6x + 0,4y = 12 \end{cases} ; \begin{cases} 0,6x + 0,4y = 12 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} ; \begin{cases} 0,6x + 0,4y = 12 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} ; \begin{cases} 3x + 2y = 60 \\ \frac{6y + 6x - xy}{6xy} = 0 \end{cases} ;$$

$$y = 30 - 1,5x$$

$$\frac{6(30 - 1,5x) + 6x - x(30 - 1,5x)}{6x(30 - 1,5x)} = 0$$

$$\frac{1,5x^2 - 33x + 180}{6x(30 - 1,5x)} = 0; \begin{cases} 1,5x^2 - 33x + 180 = 0 \\ 6x(30 - 1,5x) \neq 0 \end{cases}$$

$$x_1 = 12; x_2 = 10.$$

Якщо $x = 12$, то $y = 30 - 1,5 \cdot 12 = 12$

Якщо $x = 10$, то $y = 30 - 1,5 \cdot 10 = 15$

Відповідь: кожен з робітників за 12 год,
або I робітник за 10 год, II – за 15 год

Задача 4:

Три муляри різної кваліфікації виклали цегляну стіну, причому перший працював 6 годин, другий – 4 години, а третій – 7 годин. Якби перший працював 4 години, другий – 2 години, а третій – 5 годин, то було б виконано тільки $\frac{2}{3}$ роботи. За скільки б годин муляри закінчили кладку, якби вони працювали одночасно один і той же час?

Розв'язок:

Прийmemo об'єм всієї роботи за одиницю та позначимо продуктивність роботи кожного муляра через $W_1; W_2; W_3$ відповідно.

$$\text{За умовою задачі маємо: } \begin{cases} 6W_1 + 4W_2 + 7W_3 = 1 \\ 4W_1 + 2W_2 + 5W_3 = \frac{2}{3} \end{cases}, \text{ тобто два рівняння з трьома}$$

невідомими, з яких знайти кожне однозначно не можна. Але ж потрібно визначити час спільної роботи, тобто: $t = \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3}$, тому віднімаючи від першого рівняння друге

отримуємо: $2(W_1 + W_2 + W_3) = \frac{1}{3}$. Звідки $W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{6}$. Отже $t = 1 : \frac{1}{6} = 6$ годин.

Відповідь: 6 годин.

Задачі на «басейни та труби».

Задача 1:

Через першу трубу басейн можна заповнити за 3 години, а через другу – повністю осушити за 2 години. Басейн заповнено наполовину. Обидві труби включили одночасно. Через який час басейн повністю заповниться, або стане порожнім?

Розв'язок:

Об'єм басейна прийmemo за одиницю. Продуктивність першої труби становить $\frac{1}{3}$, а другої – $\frac{1}{2}$, отже спільна продуктивність труб, що працюють в зворотних напрямках:

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Так як продуктивність другої труби більша, то басейн спорожніє. Якби він був повний, то спорожнів би за 6 годин (так як продуктивність $\frac{1}{6}$), а так як заповнений наполовину, то спорожніє за 3 години.

Відповідь: 3 години.

Задача 2:

Водойма може бути спорожнена через три труби. При спільній роботі першої та другої труб водойма спорожніє за 2 години. При спільній роботі першої та третьої труб водойма спорожніє за 1 годину 12 хвилин. При спільній роботі другої та третьої труб водойма спорожніє за 1 годину 30 хвилин. За який час може осушити водойму кожною з труб окремо?

Розв'язок:

Об'єм водойми приймемо за одиницю. Нехай продуктивність першої труби становить x , другої – y , третьої – z . Тоді за умовою:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 1 \\ 1,2(x + z) = 1 \\ 1,5(y + z) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = \frac{1}{2} \\ x + z = \frac{5}{6} \\ y + z = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Звідки : $x = \frac{1}{3}$; $y = \frac{1}{6}$; $z = \frac{1}{2}$.

Так як час роботи обернено пропорційний продуктивності, то: $t_1 = 3$; $t_2 = 6$; $t_3 = 2$.

Відповідь: 3 години, 6 годин, 2 години.