

Задачі на суміші

Задачі з розв'язками

1. У лабораторії є два ящики порошку. Порошок в одному ящику містить 20 % заліза, у другому — 12 %. Скільки потрібно взяти порошку з кожного ящика, щоб отримати 3,2 кг порошку, що містить 15 % заліза?

Розв'язання

Нехай з першого ящика потрібно взяти x кг порошку, а з другого — y кг.

$$\text{Тоді } x + y = 3,2$$

0,2 x кг — вміст заліза у порошок в першому ящику,

0,12 y кг — вміст заліза у порошок в другому ящику.

У 3,2 кг порошку вміст заліза буде

$$3,2 \cdot 0,15 = 0,48 \text{ (кг).}$$

Маємо систему:

$$\begin{cases} x + y = 3,2 \\ 0,2x + 0,12y = 0,48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3,2 - y \\ 0,2(3,2 - y) + 0,12y = 0,48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1,2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Відповідь: з першого ящика потрібно взяти 1,2 кг, а з другого 2 кг порошку.

2. Є шматок сплаву міді та олова, маса якого 12 кг. Він містить 45 % міді. Скільки чистого олова потрібно додати до цього шматка сплаву, щоб новий сплав містив 40 % міді?

Розв'язання

Визначимо, скільки міді міститься у 12 кг сплаву:

$$12 \cdot 0,45 = 5,4 \text{ (кг).}$$

Нехай потрібно додати x кг чистого олова, тоді маса нового сплаву буде $(12 + x)$ кг, у якому 5,4 кг міді, що становить 40 %.

Маємо рівняння:

$$0,4(12 + x) = 5,4$$

$$4,8 + 0,4x = 5,4$$

$$0,4x = 0,6$$

$$x = 1,5$$

Відповідь: 1,5 кг.

3. Є сплави двох сортів із вмістом нікелю 65 % і 40 %. Скільки слід взяти кожного з цих сплавів, щоб отримати 140 кг сплаву з вмістом нікелю 50 %?

Розв'язання

Визначимо вміст нікелю у сплаві масою 140 кг, тобто знайдемо 50 % від 140 кг, це 70 кг.

Нехай маса сплаву із вмістом нікелю 65 % становить x кг, тоді $0,65x$ кг — вміст нікелю у ньому.

$(140 - x)$ кг — маса сплаву із вмістом нікелю 40 %, тоді

$0,4(140 - x)$ кг — вміст нікелю в ньому.

Маса нікелю під час переплавлення сплавів не змінилася, тому одержуємо рівняння:

$$0,65x + (140 - x) \cdot 0,4 = 70$$

$$0,65x + 56 - 0,4x = 70$$

$$0,25x = 14$$

$$x = 56$$

Отже, 56 кг — маса сплаву із вмістом нікелю 65 %.

$140 - 56 = 84$ (кг) — маса сплаву із вмістом нікелю 40 %.

Відповідь: 56 кг, 84 кг.

4. Обчислити масу і пробу сплаву срібла з міддю, знаючи, що при сплавленні його з 3 кг чистого срібла можна одержати сплав 900-ї проби, а при сплавленні його з 2 кг сплаву 900-ї проби — сплав 840-ї проби.

Розв'язання

Нехай сплав містить x кг срібла і y кг міді. При сплавленні цього сплаву з 3 кг чистого срібла маємо $(x + 3)$ кг — маса срібла, $(x + y + 3)$ кг — загальна маса сплаву. Відношення маси чистого металу до загальної маси сплаву — це проба, яка за умовою є 900-ю, що у частинах дорівнює 0,9. Тому

$$\frac{x + 3}{x + y + 3} = 0,9$$

Аналогічно одержуємо друге рівняння:

$$\frac{x + 1,8}{x + y + 2} = 0,84$$

Після спрощення рівнянь маємо систему:

$$\begin{cases} 9y - x = 3 \\ 21y - 4x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2,4 \\ y = 0,6 \end{cases}$$

$x + y = 3$ – маса сплаву.

$$\frac{2,4}{3} \cdot 1000 = 800 \text{ – проба сплаву.}$$

Відповідь: 3 кг 800-ї проби.

5. Скільки золота 600-ї та 900-ї проб потрібно сплавити, щоб одержати 350 г золота 720-ї проби?

Розв'язання

Нагадаємо, що золото 600-ї проби — сплав, 1000 г якого містять 600 г чистого золота; золото 900-ї проби — сплав, 1000 г якого містять 900 г чистого золота.

Нехай першого сплаву взяли x г, другого — y г, тоді

$$x + y = 350$$

$0,6x$ і $0,9y$ — вміст чистого золота у першому і другому сплавах відповідно. У

350 г нового сплаву міститься золота $350 \cdot 0,72 = 252$ (г), тоді

$$0,6x + 0,9y = 252$$

Розв'язуємо систему:

$$\begin{cases} x + y = 350 \\ 0,6x + 0,9y = 252 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 350 - y \\ 0,6(350 - y) + 0,9y = 252 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 140 \\ y = 210 \end{cases}$$

Відповідь: 210 г золота 600-ї проби, 140 г золота 900-ї проби.

6. Сплав масою 320 кг містить 20 % олова і 144 кг свинцю. Визначати відсотковий вміст домішок.

Розв'язання

1) $320 \cdot 0,2 = 64$ (кг) — маса олова у сплаві.

2) $144 + 64 = 208$ (кг) — маса олова і свинцю у сплаві.

3) $320 - 208 = 112$ (кг) — маса домішок у сплаві.

4) $112 : 320 \cdot 100 \% = 35 \%$ — відсотковий вміст домішок.

Відповідь: 35 % домішок.

7. Скільки потрібно змішати 10-відсоткового та 15-відсоткового розчинів солі, щоб одержати 1 кг 12-відсоткового розчину?

Розв'язання

Нехай змішали x кг першого розчину та y кг другого, тоді

$$x + y = 1.$$

У першому розчині міститься $0,1x$ кг солі, у другому — $0,15y$ кг солі, тоді

$$0,1x + 0,15y = 0,12.$$

Розв'яжемо систему:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 0,1x + 0,15y = 0,12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,4 \end{cases}$$

Відповідь: 0,6 кг 10-відсоткового і 0,4 кг 15-відсоткового.

8. Є 9 л 48-відсоткового розчину спирту і 1 л 20-відсоткового розчину. Якої концентрації буде суміш цих розчинів?

Розв'язання

$9 \cdot 0,48 = 4,32$ (л) — вміст спирту в першому розчині;

$1 \cdot 0,2 = 0,2$ (л) — вміст спирту в другому розчині.

$4,32 + 0,2 = 4,52$ (л) — загальна маса спирту в обох розчинах, яка залишається незмінною після їх змішування.

Обчислення концентрації суміші двох розчинів зводиться до відсоткового відношення числа 4,52 (маса чистого спирту) до 10 (маса суміші)

$$\frac{4,52}{10} \cdot 100\% = 45,2\%$$

Відповідь: 45,2%.

Концентрацію розчину (сплаву) можна виразити не тільки у відсотках, а й у частинах. Наприклад, якщо сказано, що деякий сплав складається з двох

металів, які входять у відношенні 1: 2, то концентрація першого металу дорівнює $\frac{1}{3}$, а другого - $\frac{2}{3}$.

9. Маємо два сплави золота і срібла. В одному кількість цих металів знаходиться у відношенні 2: 3, а в другому – у відношенні 3: 7.

Скільки треба взяти кожного сплаву, щоб дістати 8 кг нового сплаву, до якого золото і срібло входили б у відношенні 5: 11?

Розв'язання

Нехай x кг треба взяти першого сплаву, а y кг - другого. Тоді загальна кількість нового сплаву $x + y = 8$ кг. Концентрація золота в першому сплаві дорівнює $\frac{2}{5}$, а другому - $\frac{3}{10}$, концентрація золота в остаточному сплаві дорівнює $\frac{5}{16}$.

$\frac{2}{5}x$ кг - маса золота в першому сплаві;

$\frac{3}{10}y$ кг - маса золота в другому сплаві;

$\frac{5}{16}(x + y)$ кг - маса золота в новому сплаві.

Маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \frac{2}{5}x + \frac{3}{10}y = \frac{5}{16}(x + y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 4x + 3y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 7 \end{cases}$$

Отже, 1 кг треба взяти першого сплаву і 7 кг другого.

Відповідь: 1 кг, 7 кг.

10. У першому сплаві мідь і цинк знаходяться у відношенні 1: 3, в другому 3: 5.

Скільки кілограмів першого сплаву потрібно сплавити з 15 кг другого, щоб в новому сплаві мідь і цинк знаходилися у відношенні 13: 27?

Розв'язання

Нехай x кг потрібно взяти першого сплаву, тоді $x + 15$ кг - маса нового сплаву.

$\frac{1}{4}x$ кг - маса міді в першому сплаві;

$\frac{3}{8} \cdot 15$ кг- маса міді у другому сплаві;

$(15 + x) \cdot \frac{13}{40}$ - маса міді в новому сплаві.

Маємо рівняння

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{8} \cdot 15 = (15 + x) \cdot \frac{13}{40}$$

$$10x + 225 = (15 + x) \cdot 13$$

$$10x + 225 = 195 + 13x$$

$$x = 10$$

Відповідь: 10 кілограмів.