

Розв'язування текстових задач на відсотки

Теоретичний матеріал

Відсоток числа - це сота частина цього числа.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01; \quad p\% = \frac{p}{100}; \quad 25\% = 0,25; \quad 50\% = 0,5; \quad 7\% = 0,07.$$

Основні типи задач на відсотки

1. Знаходження відсотків від даного числа

Щоб знайти $p\%$ від числа a , потрібно :

- 1) записати відсоток у вигляді звичайного чи десяткового дробу;
- 2) помножити число на цей дріб, тобто $\frac{p}{100} \cdot a$.

Приклад 1. Людське тіло містить 4% води. Скільки кілограмів води в тілі людини, якщо її вага 60 кг?

Розв'язання: $4\% = 0,04$; $60 \cdot 0,04 = 2,4$ (кг).

2. Знаходження числа за його відсотками

Щоб знайти невідоме число a , $p\%$ якого дорівнює b , треба записати відсоток у вигляді звичайного чи десяткового дробу і поділити число на цей дріб, тобто $a = \frac{b \cdot 100}{p}$.

Приклад 2. Із свіжих слив одержують 32% сушених. Скільки взяли свіжих слив, якщо одержали 8 кг сушених?

Розв'язання: $32\% = 0,32$; $8 : 0,32 = 25$ (кг).

Відповідь: взяли 25 кг свіжих слив.

3. Знаходження відсоткового відношення двох чисел

Щоб знайти скільки відсотків перше число становить від другого, треба перше число a поділити на друге b і результат помножити на 100, тобто $p\% = \frac{a}{b} \cdot 100\%$.

Приклад 3. 26 кг рису містить 19,5 кг крохмалю. Знайти відсотковий вміст крохмалю в рисі.

Розв'язання: $\frac{19,5}{26} \cdot 100\% = 75\%$.

Відповідь: 75%.

Задачі на відсотки можна розв'язувати кількома способами:

- зведенням до дробів;
- зведенням до одиниці;
- складанням пропорцій.

Приклад 4. Потрібно зорати 300 га землі. За перший день зорали 120 га. Скільки відсотків завдання виконано за перший день?

І спосіб (зведення до задачі на знаходження відношення двох чисел)

$$\frac{120}{300} = 0,4 = 40\%.$$

ІІ спосіб (зведення до одиниці)

$300 : 100 = 3(2a) - \text{припадає на } 1\%$, тому $120 : 3 = 40\%$.

Шпосіб. (складання пропорції)

$300 \text{ } 2a - 100\% : 300 : 120 = 100 : x$;

$120 \text{ } 2a - x \% ; x = \frac{100 \cdot 120}{300} = 40$;

Відповідь: 40%.

Крім трьох основних типів задач на відсотки, в школі розв'язують і складніші задачі.

4. Поняття складних відсотків

На практиці часто зустрічаються задачі, у яких доводиться обчислювати відсотки величин, одержаних у результаті нарахування відсотків. Наприклад, **банківські відсотки**— відсоткові гроші по банківських вкладах, що нараховуються:

а) щомісячно (протягом року):

$A_n = A_0 \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$ — формула простих відсотків, де A_0 —початковий внесок, p — відсоткова місячна ставка, n — кількість місяців, за які нараховується відсоток, A_n — сума, яку отримає вкладник через n місяців.

б) щорічно (під певний відсоток річних).

$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ — формула складних відсотків, де A_0 —початковий внесок, p — відсоткова щорічна ставка, n — кількість років, A_n — нарощений капітал.

Відмінність простого відсоткового зростання від складного відсоткового зростання полягає в тому, що за простого зростання відсоток кожного разу обчислюють, виходячи з початкового значення величини, а за складного зростання відсоток обчислюється від попереднього значення.

Приклад 5. Вкладник поклав у банк 200000 грн. під 7 % річних. Які відсоткові гроші він одержить через 5 років?

Розв'язання

Нехай $A_0 = 200000$ грн. — вихідне значення, яке змінюється на сталу кількість $p\%$ n разів, де $p = 7, n = 5$, тоді A_5 — сума через 5 років.

$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n ; A_5 = 200000 \left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 = 200000 \cdot 1,07^5 = 280510$ (грн.)

Відсоткові гроші: $280510 - 200000 = 80510$ (грн.)

Відповідь: 80510 грн. отримає через 5 років.

5. Задачі на обчислення відсотків від відсотків

У деяких задачах на відсотки йдеться про збільшення або зменшення величини на кілька відсотків. Якщо йдеться мова про кількаразове підвищення ціни на товар, то слід розуміти, що кожний раз відсотки беруться від останнього значення ціни.

Приклад 6. Узимку ціна на молоко підвищилася на 20%, а навесні знизилася на 20%. Як змінилася початкова ціна молока?

Розв'язання

Нехай x – початкова ціна молока, тоді $1,2x$ – ціна молока після її підвищення;

$0,8 \cdot 1,2x = 0,96x$ – ціна молока після її зниження;

$x - 0,96x = 0,04x$ – зміна ціни молока.

Отже, початкова ціна молока зменшилась на $\frac{0,04x}{x} \cdot 100\% = 4\%$.

Відповідь: початкова ціна зменшилась на 4%.

6. Задачі, в яких відомо скільки відсотків одне число становить від другого.

Приклад 7. Перше з невідомих чисел становить 140% від другого, а відношення першого до

третього дорівнює $\frac{14}{11}$. Знайти ці числа, якщо різниця між третім та другим на 40 одиниць

менша від числа, що становить 12,5% від суми першого і другого числа.

Розв'язання

Нехай друге число дорівнює x . Тоді перше число дорівнює $1,4x$, а третє число $-\frac{11}{14} \cdot 1,4x =$

$1,1x$. За умовою задачі складаємо рівняння:

$$1,1x - x = 0,125(1,4x + x) - 40;$$

$$0,1x = 0,175x + 0,125x - 40;$$

$$0,2x = 40;$$

$$x = 200.$$

Отже, друге число 200. Тоді $1,4x = 1,4 \cdot 200 = 280$ – перше число;

$1,1x = 1,1 \cdot 200 = 220$ – третє число.

Відповідь: 280; 200; 220.