

Основні поняття розділу «Основи кінематики»

Кінематика — це розділ механіки, що вивчає механічний рух тіл, не розглядаючи причин, які цей рух зумовлюють.

Механічний рух — це зміна з часом положення тіла в просторі відносно інших тіл.

У шкільному курсі кінематики розглядають рівномірний прямолінійний рух, рівноприскорений прямолінійний рух, рівномірний рух по колу.

Основне завдання механіки — визначити координати тіла і його швидкість у будь-який момент часу.

Шляхи спрощення основного завдання механіки:

- розглядати тіло як матеріальну точку;
- розглядати поступальний рух тіла.

Матеріальною точкою називають тіло, розмірами якого можна знехтувати в умовах даної задачі. Матеріальна точка є фізичною моделлю.

Наприклад, якщо розглядати падіння м'яча відносно хлопчика, м'яч можна вважати матеріальною точкою, а при вивченні деформації м'яча при ударі об землю — ні.

Поступальним рухом називають такий рух тіла, при якому будь-яка пряма, що пов'язана з тілом, переміщується паралельно собі.

Оскільки всі точки тіла рухаються однаково, його можна розглядати як матеріальну точку (рис. 1).

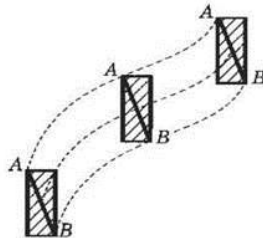


Рис. 1

Абсолютно тверде тіло (фізична модель) — тіло, яке за жодних умов не може деформуватися, і за всіх умов відстань між двома точками тіла залишається сталою.

Будь-який процес може описуватися лише в певній системі відліку.

Система відліку (СВ) — це тіло відліку, пов'язана з ним система координат і засіб вимірювання часу (годинник) (рис. 2, а).

Траєкторія — лінія, вздовж якої рухається тіло. Траєкторія буває прямолінійною і криволінійною.

Пройдений шлях (l) — довжина ділянки траєкторії.

Переміщенням тіла (S) називають напрямлений відрізок, який сполучає початкове 1 і кінцеве 2 положення тіла (рис. 2, б).

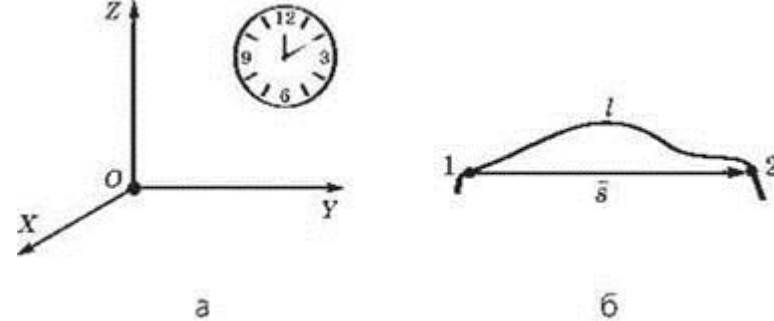


Рис. 2

Вектор — напрямлений відрізок. Векторні величини мають числове значення (модуль), напрям, точку прикладання (рис. 3).

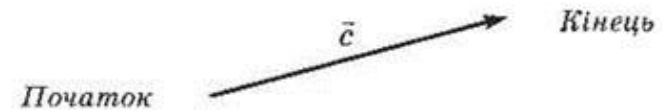


Рис. 3

Проекція вектора на вісь Ox — довжина відрізка, який сполучає проекцію початку вектора на вісь Ox з проекцією кінця вектора на ту саму вісь. Вона дорівнює добутку модуля

цього вектора на косинус кута між напрямом осі та вектора.

$$\frac{a_x}{a} = \cos \alpha, \quad a_x = a \cos \alpha.$$

Проекція вектора може бути додатною, від'ємною і дорівнювати нулю.

Якщо кут між напрямом вектора і віссю гострий, то $\cos \alpha > 0 \Rightarrow a_x > 0$ (рис. 4, а).

Якщо кут між напрямом вектора і віссю тупий, то $\cos \alpha < 0 \Rightarrow a_x < 0$ (рис. 4, б).

Якщо кут між напрямом вектора і віссю прямий ($\alpha = 90^\circ$), то $\cos 90^\circ = 0 \Rightarrow a_x = 0$ (рис. 4, в).

Модуль векторної величини можна визначити через проекції вектора на осі Ox і Oy (рис. 4, г):

$$a_x = a \cos \alpha, \quad a_y = a \sin \alpha, \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

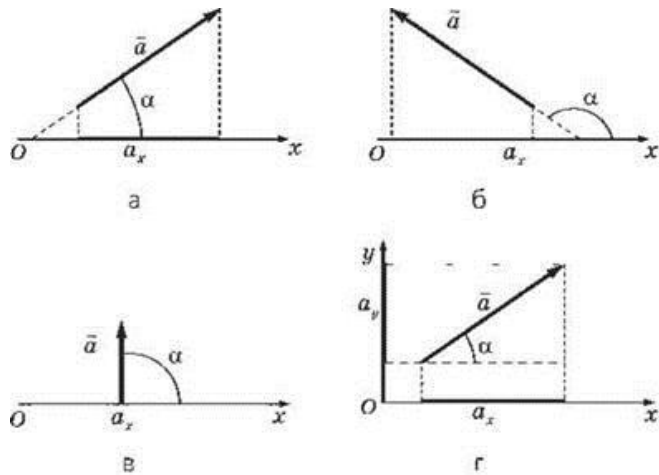


Рис. 4

При множенні векторної величини на скаляр одержуємо вектор, колінеарний даному:

$$\vec{a} = k\vec{b}.$$

Додавання векторів за правилом трикутника: паралельним перенесенням суміщується початок другого вектора з кінцем першого, початок третього з кінцем другого і т. д.; тоді сума векторів — це вектор, що сполучає початок першого вектора з кінцем останнього.

На рис. 5, а зображено додавання двох векторів за правилом трикутника:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c},$$

на рис. 5, б — додавання трьох векторів за правилом трикутника:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}.$$

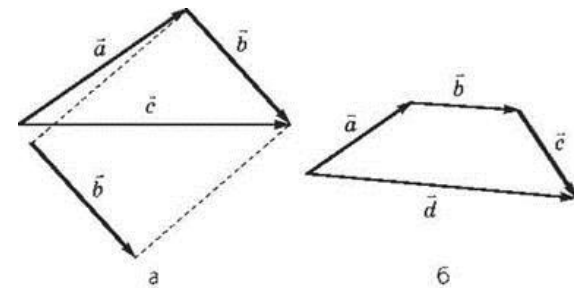


Рис. 5

Додавання векторів за правилом паралелограма: паралельним перенесенням зміщуються початки двох векторів; тоді сума векторів

— діагональ, побудована на цих векторах як на сторонах паралелограма.

На рис. 6, а показано додавання двох векторів за правилом паралелограма, на рис. 6, б — додавання трьох векторів за правилом паралелограма.

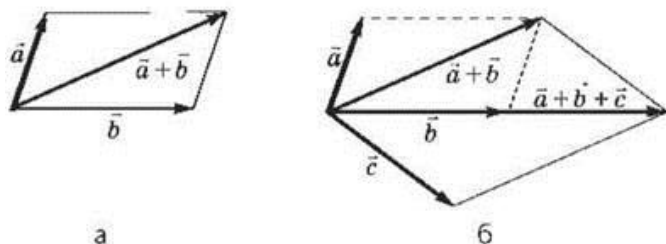


Рис. 6

Віднімання векторів за правилом трикутника: суміщуються початки двох векторів; тоді різниця векторів — це вектор, що з'єднує їхні кінці. Він напрямлений у бік зменшуваного вектора.

На рис. 7 показано віднімання двох векторів за правилом трикутника:

$$\vec{m} = \vec{d} - \vec{k}.$$

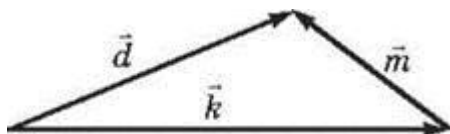
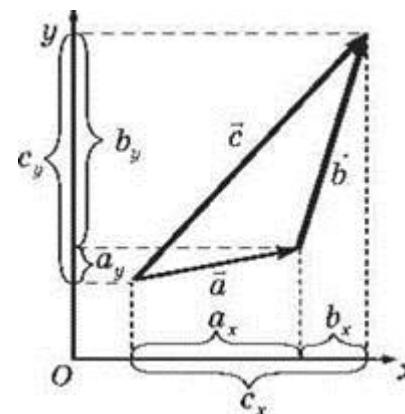


Рис. 7

Проекція суми векторів на координатну вісь дорівнює сумі проєкцій складових векторів на ту саму вісь (рис. 8):

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}, \quad \begin{cases} Ox \left\{ a_x + b_x = c_x, \right. \\ Oy \left\{ a_y + b_y = c_y. \right. \end{cases}$$



Відносність механічного руху полягає в тому, що вид траєкторії, шлях і переміщення залежать від вибору системи відліку.

Класичний закон додавання швидкостей:

швидкість тіла відносно системи, яку вважають нерухомою, дорівнює геометричній сумі швидкості тіла в рухомій системі відліку й швидкості власне рухомої системи відліку (рис. 9):

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2.$$

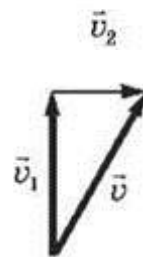


Рис. 9

Прямолінійним рівномірним рухом називають рух, при якому тіло (матеріальна точка) за будь-які рівні проміжки часу здійснює однакове переміщення, або рух зі сталою швидкістю вздовж прямої:

$$\vec{v} = \text{const} \quad (\vec{a} = 0).$$

Рівняння рівномірного прямолінійного руху тіла $x = x(t)$:

$$x = x_0 + v_x t.$$

Рівняння руху в скалярному вигляді:

$$x = x_0 \pm vt.$$

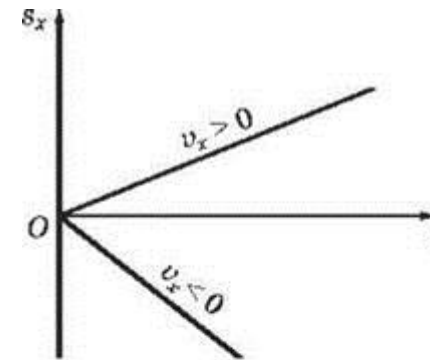
Якщо тіло рухається вздовж осі Ox , то $v_x = v$, якщо проти — то $v_x = -v$.

Проекція переміщення при рівномірному прямолінійному русі:

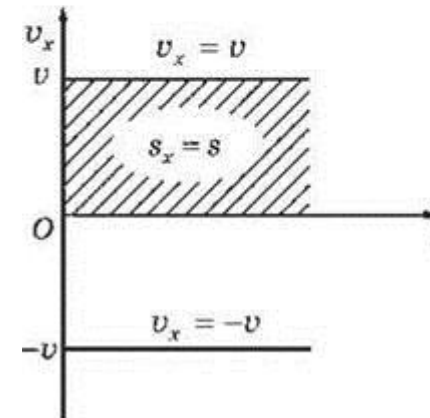
$$s_x = v_x t = x - x_0.$$

Графік проекції переміщення при рівномірному прямолінійному русі зображений на рис. 10, а.

Графік проекції швидкості рівномірного прямолінійного руху ($v_x = \text{const}$) зображений на рис. 10, б.



а



б

Рис. 10

Геометричне тлумачення переміщення

За графіком швидкості можна визначити проекцію переміщення як площу фігури, обмежену графіком швидкості, віссю часу та двома ординатами, що відповідають початковому і кінцевому значенням часу. Це твердження є справедливим і для рівноприскореного прямолінійного руху.

Графік рівномірного прямолінійного руху
 $(x = x_0 + v_x t)$ зображений на рис. 11.

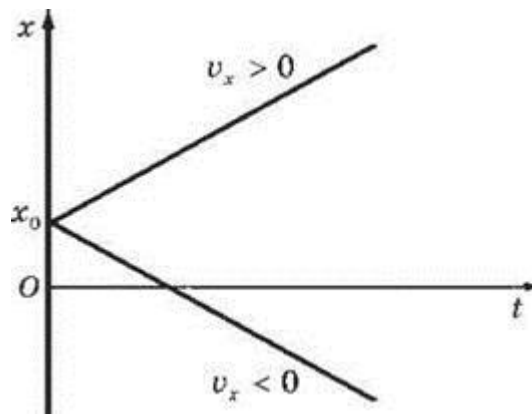


Рис. 11

Миттєва швидкість тіла — швидкість тіла в даний момент часу в даній точці траєкторії:

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = x'.$$

Середня швидкість — це величина, яка дорівнює відношенню переміщення до часу, протягом якого воно відбулося:

$$\vec{v}_{\text{сер}} = \frac{\vec{s}}{t}.$$

Середня шляхова швидкість — величина, яка дорівнює відношенню шляху до часу, за який він пройдений:

$$v_{\text{сер}} = \frac{l}{t}.$$

При прямолінійному однонаправленому русі середня шляхова швидкість дорівнює модулю середньої швидкості:

$$v_{\text{сер. шлях}} = v_{\text{сер}}$$

При рівноприскореному прямолінійному русі модуль середньої швидкості визначається за формулою

$$v_{\text{сер}} = \frac{v_0 + v}{2}.$$

Одиниця швидкості — метр за секунду (1 м/с):

$$[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Метр за секунду дорівнює швидкості прямолінійного рівномірного руху точки, при якому точка переміщується за 1 с на 1 м.

Рівноприскореним прямолінійним рухом тіла називають такий рух, при якому його швидкість за будь-які однакові інтервали часу змінюється на однакові величини, або рух, який відбувається зі сталим прискоренням вздовж прямої:

$$\vec{a} = \text{const}.$$

Прискорення тіла при рівноприскореному русі характеризує швидкість зміни швидкості.

Прискорення рівноприскореного прямолінійного руху — це величина, що дорівнює відношенню зміни швидкості тіла до інтервалу часу, протягом якого ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}.$$

Одиниця прискорення — метр у секунду за секунду (1 м/с²):

$$[a] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

1 м/с² дорівнює прискоренню такого рівноприскореного руху тіла, при якому за 1 с швидкість тіла змінюється на 1 м/с.

Проекція кінцевої миттєвої швидкості на вісь Ох при рівноприскореному прямолінійному русі:

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Рівняння миттєвої швидкості в скалярному вигляді:

$$v = v_0 = at.$$

У рівнянні $ax = a$ (рис. 12, а), якщо тіло прискорюється; $ax = -a$ (рис. 12, б), якщо тіло уповільнюється.

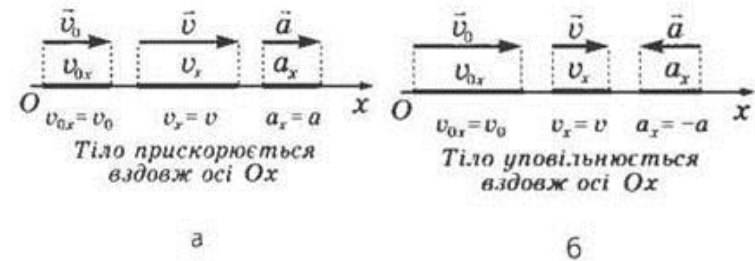


Рис. 12

Проекція переміщення при рівноприскореному прямолінійному русі має вигляд:

$$s_x = \frac{(v_x + v_{0x})}{2} t, \quad s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$$

$$s_x = \frac{v^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Рівняння миттєвої швидкості в скалярному вигляді:

$$v = v_0 \pm at; \quad v^2 = v_0^2 + 2as;$$

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}; \quad s = \frac{(v + v_0)}{2} t.$$

Графік швидкості рівноприскореного прямолінійного руху: тіло I прискорює свій рух уздовж осі Ох; тіло II — уповільнює, у момент часу t_0 воно зупиняється і рухається прискорено в напрямку, протилежному осі Ох (рис. 13, а).

Графік руху при рівноприскореному прямолінійному русі — парабола (рис. 13, б).

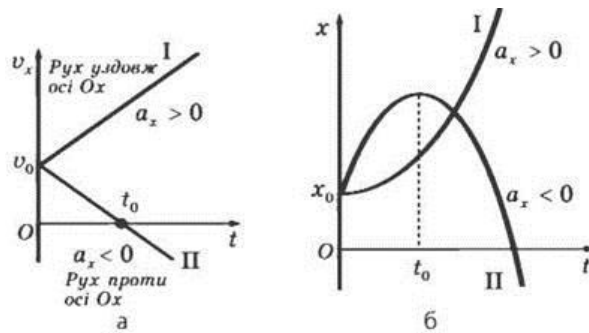


Рис. 13

Рівняння руху при рівноприскореному прямолінійному русі:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Графіки руху відповідають графікам швидкості (рис. 13, а).

Тут t_0 — момент часу, що відповідає зупинці тіла, — є вершиною параболи II.

Графік прискорення рівноприскореного прямолінійного руху зображений на рис. 14.

Шляхи, які пройшло тіло зі стану спокою ($v_0=0$) за однакові послідовні проміжки часу, відносяться як ряд послідовних непарних чисел:

$$s_1 : s_2 : s_3 = 1 : 3 : 5.$$

Шлях, який пройшло тіло в останню секунду руху зі стану спокою ($v_0 = 0$):

$$s_n = \frac{a}{2}(2n-1),$$

де n — число секунд.

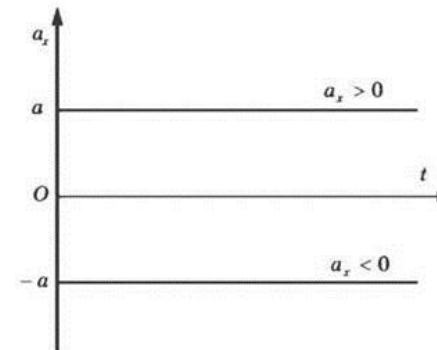


Рис. 14

Вільним падінням називають рух тіла під дією лише сили тяжіння. Вільне падіння є рівноприскореним рухом з прискоренням, яке не залежить від маси.

Біля поверхні Землі прискорення вільного падіння приблизно дорівнює $9,81 \text{ м/с}^2$. Рівняння вільного падіння

Миттєва

швидкість при криволінійному русі напрямлена по дотичній до траєкторії в кожній її точці (рис. 15, а).

$v_0 \neq 0$	$v_0 = 0$
$v = v_0 + gt$	$v = gt$
$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$h = \frac{gt^2}{2}$
$h = \frac{(v+v_0)}{2} t$	$h = \frac{v}{2} t$
$v = \sqrt{2gh + v_0^2}$	$v = \sqrt{2gh}$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	$x = x_0 + \frac{gt^2}{2}$

Якщо тілу надати прискорення $\vec{a}$, напрямленого під кутом до його швидкості, то вектор прискорення буде мати дві складові: дотичне, або тангенціальне, прискорення $\vec{a}_\tau$, напрямлене по дотичній до траєкторії (колінеарно вектору швидкості), і нормальне прискорення $\vec{a}_n$, напрямлене перпендикулярно (нормально) до вектора швидкості (рис. 15, б).

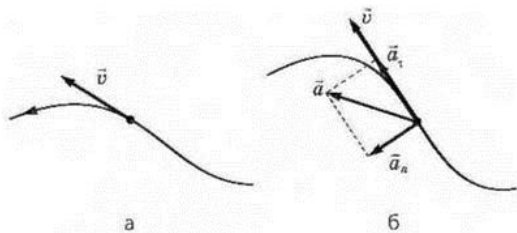


Рис. 15

Якщо розбити криволінійну траєкторію на достатньо маленькі відрізки, то кожний відрізок можна розглядати як дугу кола відповідного радіуса. Тоді нормальне прискорення $\vec{a}_n$ напрямлено до центра кола і тому називається доцентровим $\vec{a}_n$ (рис. 16).

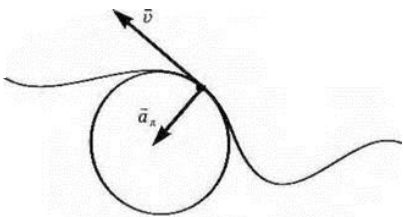


Рис. 16

Тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$ визначає зміну швидкості за величиною.

Нормальне прискорення $\vec{a}_n$ визначає зміну швидкості за напрямом.

Рух по колу є прикладом криволінійного руху.

Рівномірний рух по колу характеризується кутовою швидкістю ω , лінійною швидкістю v , періодом T , частотою ν .

Швидкість $\vec{v}$ напрямлена по дотичній до кола.

Лінійна швидкість дорівнює модулю миттєвої швидкості.

Під час руху матеріальної точки по колу модуль її миттєвої швидкості з часом не змінюється: $v = \text{const} \ (v_A = v_B)$ (рис. 17).

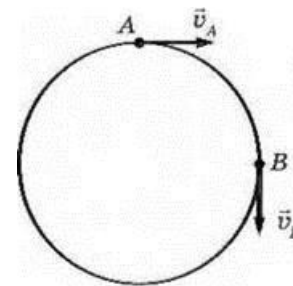


Рис. 17

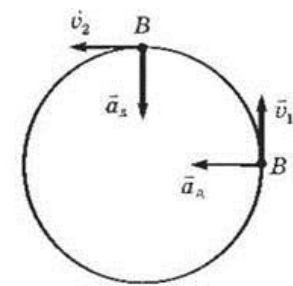


Рис. 18

Лінійна швидкість дорівнює довжині дуги l , пройденої точкою за одиницю часу t :

$$v = \frac{l}{t}, \quad [v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Тангенціальне прискорення при рівномірному русі точки по колу дорівнює нулю: $a_{\tau} = 0$.

У кожній точці траєкторії доцентрове прискорення напрямлене вздовж радіуса до центра кола, а його модуль дорівнює (рис. 18):

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R, \quad [a_n] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Кутова швидкість ω рівномірного руху по колу дорівнює куту повороту $\Delta\varphi$ радіуса R за одиницю часу:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad [\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

1 радіан дорівнює центральному куту, який спирається на дугу, довжина якої дорівнює радіусу (рис. 19):

$$\varphi = 1 \text{ рад.}$$

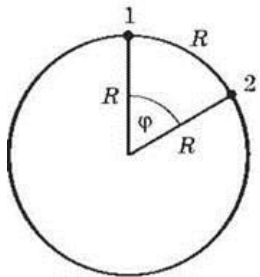


Рис. 19

Повний центральний кут:

$$\varphi_0 = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ рад},$$

$$2\pi \text{ рад} = 360^\circ,$$

$$1 \text{ рад} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57^\circ 32'.$$

Період обертання T — це час, за який точка здійснює один повний оберт по колу.

Частота обертання n — кількість повних обертів, здійснюваних точкою при рівномірному русі по колу за одиницю часу.

$$T = \frac{1}{n}, \quad n = \frac{1}{T},$$

Зв'язок між періодом і частотою зворотний: $[T] = \text{с}, \quad [n] = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}.$

Секунда мінус першого степеня (с^{-1}) — це частота обертання, за якої за одну секунду здійснюється один оберт.

Лінійна швидкість визначається так:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R n.$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.$$

Кутова швидкість ω визначається так:

Зв'язок між лінійною та кутовою швидкостями: $v = \omega R.$

Кутове прискорення ϵ визначається відношенням зміни кутової швидкості за проміжок часу до тривалості цього проміжку:

$$\epsilon = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}, \quad [\epsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

При зростанні кутової швидкості обертальний рух називається прискореним, а при зменшенні — уповільненим/