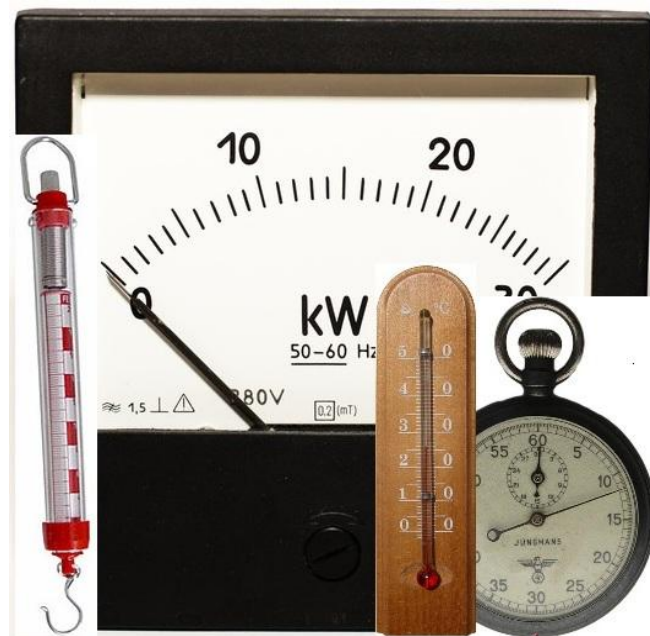


Метод розмірностей

Що таке розмірності?

Які розмірності?

Які системи розмірностей?



Означення розмірностей

Щоб знайти розмірність похідної фізичної величини в деякій системі величин, потрібно в праву частину визначаючого рівняння цієї величини, замість позначення самих величин, підставити їхні розмірності. Наприклад, підставивши у рівняння для визначення швидкості рівномірного руху замість ds розмірність довжини L і замість dt розмірність часу T , отримаємо:

$$[V] = LT^{-1}.$$

Підставивши у рівняння, що визначає прискорення $a = \frac{dv}{dt}$ замість dt розмірність часу T і замість dV , знайдену вище розмірність швидкості LT^{-1} , отримаємо

$$[a] = LT^{-2}.$$

Знаючи розмірність прискорення за визначаючим рівнянням сили $F = ma$, отримаємо

$$[F] = M LT^{-2} = LMT^{-2}.$$

Знаючи розмірність сили, можна знайти розмірність роботи, потім розмірність потужності і т. д.

Розмірність будь-якої похідної механічної величини в системі величин LMT може бути виражена степеневим рядом:

$$[x] = L^p M^q T^r. \quad (1.1)$$

Загальний вигляд розмірності фізичної величини в системі, побудованій на сімох основних величинах (довжина, маса, час, сила струму, температура, сила світла, кількість речовини), можна виразити формулою

$$[x] = L^p M^q T^r I^m J^k N^n, \quad (1.2)$$

де $p, q, r, \dots$ – показники розмірності фізичної величини.

Які дії можна виконувати з розмірностями

Над розмірностями можна виконувати дії множення, ділення, піднесення до степеня, добування кореня. Дії додавання та віднімання розмірностей виконувати не доцільно.

Розмірність величини одночасно є розмірністю її одиниці.

Показник розмірності фізичної величини – показник степеня, в якому знаходиться розмірність основної фізичної величини, що входить в розмірність похідної фізичної величини.

Показники розмірності фізичної величини можуть приймати різні значення: цілі чи дробові, додатні чи від'ємні. Деякі показники розмірності даної похідної величини можуть виявитися рівними нулю.

Розмірна фізична величина – фізична величина, в розмірність якої входить хоча б одна основна фізична величина в степені не рівному нулю.

Системи розмірностей

Основні та похідні одиниці вимірювання фізичних величин в системах СІ та СГС. Величини нульової розмірності (безрозмірні величини)

Певна сукупність основних та похідних одиниць, які відносяться до деякої системи величин, що побудована у відповідності з прийнятими принципами, утворює систему одиниць.

В наш час на практиці широко використовують дві системи одиниць: Міжнародна система одиниць (СІ) та симетрична (гауссова) система одиниць (СГС).

В СІ та СГС одиниці довжини, маси та часу є основними. Якщо похідна одиниця величини A змінюється пропорційно степеня p зміни одиниці довжини, пропорційно степеня q зміни одиниці маси і степеня r зміни одиниці часу, то одиниця величини A володіє розмірністю p відносно одиниці довжини, розмірністю q відносно одиниці маси і розмірністю r відносно одиниці часу. Тобто,

$$[A] = L^p M^q T^r. (1.3)$$

Квадратні дужки означають, що мова йде про розмірність величини A , відносно одиниць довжини, маси і часу. L , M і T являють собою узагальнені одиниці цих величин. За одиницю довжини можна брати метр, сантиметр, милю; маси – кілограм, грам, тонну; часу – секунду, годину, добу.

Пояснимо це прикладами

1. Розмірність площі квадрата можна записати в такому вигляді

$$[S_{\text{кв}}] = [l]^2 = L^2 M^0 T^0, \quad (1.4)$$

або

$$[S_{\text{кв}}] = L^2. \quad (1.5)$$

2. Розмірність площі круга:

$$[S_{\text{кр}}] = [\pi][l^2] = L^2 \quad (1.6)$$

оскільки коефіцієнт є сталим коефіцієнтом, який не залежить від розмірів основних одиниць, він безрозмірний. Розмірність площі будь-якої геометричної фігури, незалежно від її форми

$$[S] = L^2. \quad (1.7)$$

3. Розмірність швидкості можна визначити з формули для швидкості рівномірного руху:

$$[V] = LT^{-1}. \quad (1.8)$$

4. Розмірність прискорення визначається з формули для прискорення рівноприскореного руху:

$$[a] = LT^{-2}. \quad (1.9)$$

Фізичний зміст розмірностей

Існують протилежні точки зору на фізичну сутність розмірностей. Згідно однієї з них, розмірність виражає фізичний зв'язок між даною величиною та основними величинами системи. За іншою точкою – єдиний зміст розмірностей – вказівка на те, як зміниться одиниця даної величини при відомій зміні основних одиниць. Змінивши основні величини та визначаючи рівняння, можна докорінно змінити розмірність.

Суперечка між цими двома точками зору триває вже біля ста років. В книзі П. В. Бриджмена „Анализ размерностей” наведені цитати, які ілюструють думки різних вчених стосовно як однієї, так і іншої точки зору.

Досить чітко ця точка зору виражена М. Планком, котрий пише: „зрозуміло, що розмірність будь-якої фізичної величини не є властивістю, пов'язаною з її існуванням, зате представляє деяку умовність, виражену вибором системи вимірювань. Коли б на цей бік питання звертали достатньо уваги, то фізична література, особливо та, що стосується системи електромагнітних вимірювань, звільнилась би від багатьох непотрібних речей

Зовсім протилежної точки зору дотримувався інший великий німецький фізик А. Зоммерфельд. Він писав: „Ми не дотримуємося точки зору Планка, згідно якої питання про справжню розмірність фізичної величини не має змісту”. Велика частина у вступі до Т. III “Курсу теоретичної фізики” (Зоммерфельд А. Электродинамика. – М.: ИЛ, 1958) присвячена питанню зносок з книг Зоммерфельда.

„... Ми знаходимо фундаментальну різницю між „силовими” величинами (Intensitdsgrцven) та „кількісними” величинами (Ouantitdsgrцven) в самих рівняннях Максвела, які взяті за основу ... Розгляд, в якому звертається увага на розмірність фізичних величин, стає плідним, якщо ввести четверту електричну одиницю, яка не залежить від механічних одиниць. Оскільки ми розрізняємо розмірності силових та кількісних величин, діелектрична і магнітна проникності повинні мати розмірності. Внаслідок цього їх не можна прирівнювати одиниці і для вакууму”.

З наведених цитат видно, що А. Зоммерфельд пов'язує вибір основних величин та їх розмірності з самою сутністю фізичних величин.

Теореми про утворення розмірностей похідних одиниць

При утворенні розмірностей похідних одиниць користуються такими теоремами.

1. Якщо числове значення величини C рівне добутку числових значень величин A і B , то розмірність C рівна добутку розмірностей A і B :

$$[C]=[A][B], \text{ (3.1) тобто, якщо } [A]=, [B]=, \text{ то } [C]=. \text{ (3.2)}$$

2. Якщо числове значення величини C рівне відношенню числових значень величин A і B , то розмірність C рівна відношенню розмірностей A і B :

$$(3.3) \text{ або } [C]=. \text{ (3.4)}$$

3. Якщо числове значення величини C рівне степеню n числового значення величини A , то розмірність C рівна степеню n розмірності A :

$$[C]=[A]^n = [A]n. \text{ (3.5)}$$

$$\text{При } [A]=L^p M^q T^r, \text{ маємо } [C]=. \text{ (3.6)}$$

Доведемо теорему 1.

Якщо числове значення величини C рівне добутку числових значень величин A і B , то це означає, що при вимірюванні цих величин одиницями c_1 , a_1 і b_1 матимемо

$$C_1 = A_1 B_1, \text{ (3. 7) де } C_1=, A_1=, B_1=. \text{ (3. 8)}$$

Відповідно, при вимірюванні тих самих величин одиницями c_2 , a_2 і b_2 , отримаємо

$$C_2 = A_2 B_2, \text{ (3.9) де } C_2=, A_2=, B_2=; \text{ (3.10). (3.11)}$$

Якщо, (3.12), (3. 13) то, (3.14) що й потрібно було довести. Аналогічно доводяться інші теореми.

Застосування методу розмірностей для перевірки коректності фізичних формул

Розмірності можуть служити для перевірки рівнянь, які виражають фізичні закономірності. Якщо розмірність одної з декількох величин по відношенню хоча б до одної з основних одиниць не співпадає з розмірностями інших величин, які входять у рівняння, то можна стверджувати, що рівняння не вірне. Нехай при будь-якому виборі розмірів основних одиниць ліва і права частини рівняння виявляються чисельно рівними. При цьому розмірності лівої і правої частин рівняння відносно однієї з основних одиниць не співпадають. Змінимо в кілька разів розміри цієї одиниці, тоді ліва і права частини рівняння зміняться в різне число раз і попередня рівність порушиться.

Дякуємо за увагу!

Успіхів!

