

Експериментальні задачі з фізики

Термін «експериментальна задача» приписують задачам, які розв'язують на підставі фізичного експерименту. При цьому експеримент виступає як засіб знаходження фізичних величин, потрібних для відшукування відповіді, або як засіб перевірки достовірності теоретичних результатів.

В основу експериментальних задач покладено конкретні випадки прояву фізичних законів. У кожній експериментальній задачі фізична суть домінує над математичною.

За змістом експериментальні задачі поділяють на кількісні та якісні. До кількісних належать задачі, в яких передбачено виконання математичних обчислень з даними вимірювань. Задачі, які не потребують математичних розрахунків, належать до якісних.

Для розв'язування експериментальних задач необхідно свідомо розуміти досліджувані процеси і причинно-наслідкові зв'язки між фізичними величинами і явищами. Розв'язування експериментальних задач – один із способів формування глибоких і міцних знань з фізики.

Весь процес розв'язування експериментальних задач можна умовно поділити на чотири **основних етапи**:

1. Підготовчий
2. Дослідний
3. Реалізуючий (вимірювальний)
4. Підсумковий.

На першому етапі необхідно ознайомитись з умовою задачі та переліком приладів і матеріалів, які потрібні для виконання експерименту. Потім пригадують означення шуканих фізичних величин, з'ясовують, які властивості тіл чи які фізичні явища вони характеризують, визначають зв'язок їх з іншими фізичними величинами і записують відповідні формули.

На другому етапі розробляють теоретичний шлях розв'язування задачі і складають план виконання експерименту. Далі з наявного обладнання учні добирають потрібні для виконання дослідів прилади і предмети, визначають ціну поділки вимірювальних приладів і межі вимірювань, вибирають спосіб вимірювання і формулу, яка йому відповідає. Потім, виконавши в разі потреби схематичні малюнки, складають установку і перевіряють її дію, визначаючи найефективніші умови для дослідження. Третій етап – це виконання дослідів. При цьому учні вимірюють експериментально дані, яких бракує в задачі. Встановивши кількість потрібних вимірювань, складають таблицю, обчислюють середні значення шуканих величин.

На четвертому етапі аналізують і перевіряють достовірність знайдених результатів, визначають похибки і роблять висновки.

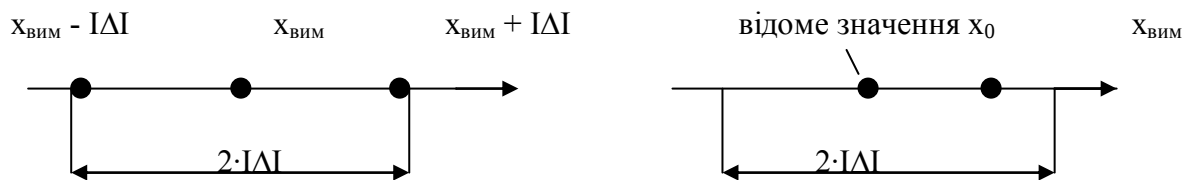
До розв'язування експериментальних задач ставляться такі **вимоги**:

- На підставі аналізу змісту задачі знайти раціональніші розв'язки

- *Правильно скласти установку*
- *Врахувати конкретні умови проведення експерименту*
- *Уникнути шкідливих впливів або звести їх до мінімуму (якщо їх уникнути не можна, то їх необхідно врахувати під час обчислень)*
- *Проаналізувати знайдені результати*
- *В окремих задачах розглянути конкретні випадки, що впливають із загального розв'язку*
- *Результати вимірювань виразити з урахуванням похибок двома або трьома значущими цифрами*

Навчимося обчислювати похибки вимірювань.

Процес будь-якого вимірювання тільки тоді вважають повністю закінченим, коли визначено абсолютну та відносну похибки вимірювань. Модуль абсолютної похибки вимірювання $|\Delta|$ дає можливість назвати інтервал, всередині якого лежить справжнє значення вимірюваної величини. Довжина цього інтервалу дорівнює $2 \cdot |\Delta|$.



Інакше кажучи, абсолютна похибка показує, на скільки справжнє числове значення вимірюваної величини може відрізнитися від результату вимірювання. Якість

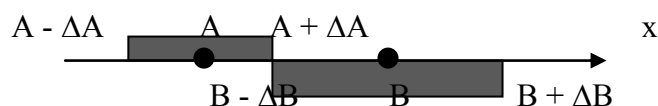
вимірювання характеризує відносна похибка $\varepsilon = \frac{|\Delta|}{x_{\text{вим}}}$, яка показує, у скільки разів модуль абсолютної похибки $|\Delta|$ менший за вимірювану величину $x_{\text{вим}}$. (далі знак модуля часто опускаємо). Із сказаного випливає, що в процесі вимірювання невідомої величини вимірювана величина має лежати в інтервалі $[x_{\text{вим}} \pm |\Delta|]$, а результат вимірювання $x_{\text{вим}}$

можна взяти за справжнє значення з відносною похибкою $\varepsilon = \frac{|\Delta|}{x_{\text{вим}}}$.

Під час вимірювання відомих величин (сталих або табличних даних) ознакою вірогідності знайденого результату є належність відомого значення інтервалу $[x_{\text{вим}} \pm |\Delta|]$. Якщо під час вимірювань відомих величин похибки не оцінювали, то знайдене значення

треба порівняти з табличним. Для цього зручно обчислити величину $\frac{x_{\text{вим}} - x_{\text{таб}}}{x_{\text{таб}}}$, яка може бути простою оцінкою якості вимірювань.

Коли перевіряють закони, що мають вигляд $A = B$, то ознакою вірогідності є перетин інтервалів $[A \pm \Delta A]$ та $[B \pm \Delta B]$.



Якщо при цьому оцінити похибки важко, то можна обчислити відхилення відношення A/B від 1. Тоді різниця $A/B - 1$ дає можливість зробити висновок про якість експериментальної перевірки рівності $A = B$. нехай, наприклад, в процесі вивчення закону збереження енергії вимірювання зменшення потенціальної енергії і збільшення кінетичної при падінні тіла дали такі результати: $E_{\text{п}} = 52$ Дж, $E_{\text{к}} = 49$ Дж. Відношення $E_{\text{п}}/E_{\text{к}} = 1,06$. Можна робити висновок, що закон збереження енергії експериментально перевірено з відносною похибкою $\varepsilon = 6\%$, $(E_{\text{п}}/E_{\text{к}} - 1 = 0,06, \varepsilon = 6\%)$.

Похибки поділяють на промахи, систематичні та випадкові.

Щоб уникнути промахів (грубих похибок), треба старанно готуватися до вимірювань, уважно і якомога точніше знімати покази приладів та записувати результати вимірювань, а смаї вимірювання виконувати не менше, ніж два рази.

Систематичні похибки бувають різні. До них належать, наприклад, похибки, причин яких експериментатор не знає. Саме їх оцінюють за відхиленням $x_{\text{вим}}$ від $x_{\text{таб}}$ або A/B від 1. Часто причиною систематичних похибок є відхилення рівноважного положення показчика приладу від нульової позначки шкали. До систематичних можна віднести й неминучі похибки засобів вимірювання; для кожного приладу цю похибку можна знайти, але на заводі-виготовлювачі визначають максимальну похибку для всіх приладів певного типу. Її позначають $\Delta_{\text{прил}}$. Ця похибка показує, що коли стрілка приладу збігається з позначкою x_0 шкали, то справжнє значення вимірюваної величини належить інтервалу $[x_0 \pm \delta_{\text{прил}}]$.

Електровимірювальним приладам приписують клас точності γ , який дає можливість знайти абсолютну похибку приладу: $\Delta_{\text{прил}} = \gamma x_{\text{max}}/100$, де x_{max} – границя вимірювання приладу.

Випадкові похибки виникають внаслідок дії різних причин, вплив яких вважко врахувати. Ці причини призводять до того, що результати повторних вимірювань за тих самих умов трохи відрізняються один від одного. У теорії похибок показано, що найближчим до невідомого справжнього значення величини здебільшого буде середнє арифметичне значення результатів вимірювань, визначене за тих самих умов.

Вимірювання поділяють на прямі (вимірювану величину визначають за відліком на шкалі приладу) і посередні (результат вимірювання обчислюють за відповідною формулою, до якої підставляють значення, знайдені за допомогою прямих вимірювань).

Найпростіше знайти результат і похибку за допомогою прямих вимірювань. У цьому разі за результат вимірювань беруть покази приладів, а похибку вважають такою, що дорівнює сумі похибок приладу ($\Delta_{\text{прил}}$) і відліку ($\Delta_{\text{відл}}$), тобто $\Delta = \Delta_{\text{прил}} + \Delta_{\text{відл}}$.

Якщо показчик приладу збігається з штрихом шкали, то значення, що відповідає цьому штриху, вважають результатом вимірювання, а похибку приладу $\Delta_{\text{прил}}$ – абсолютною похибкою вимірювання Δ .

Якщо показчик приладу не збігається з штрихом шкали, то за результат вимірювання беруть числове значення, яке відповідає найближчому штриху шкали приладу. Абсолютна похибка при цьому визначається сумою похибки приладу і похибки відліку, яка не перевищує половини ціни поділки шкали приладу: $\Delta = \Delta_{\text{прил}} + c/2$.

На практиці часто один з цих доданків значно менший від другого (в 4 – 5 і більше раз). Тоді меншим можна знехтувати. Якщо під час вимірювань використовують терези, то доводиться враховувати їх похибку гир і похибку добору гир. Похибка терезів залежить лінійно від навантаження. Графік цієї залежності легко побудувати, знаючи, що при навантаженні 10г похибка становить 50мг, а при навантаженні 200г вона становить 200мг. Похибка добору гир дорівнює половині маси найменшої з гир, якими зрівноважено зважувань тіло, або тієї, якою терези можна вивести з рівноваги.

Розглянемо приклад визначення похибки вимірювання маси за допомогою терезів. Нехай на шальці зрівноважених терезів лежать гирі з номінальними значеннями маси: $m_1 = 100\text{г}$, $m_2 = 200\text{мг}$, $m_3 = 100\text{мг}$. Тоді результатом вимірювання маси тіла буде значення $m = 100\text{г} + 200\text{мг} + 100\text{мг} = 100\text{г} 300\text{мг} = 0,100300\text{кг}$.

Похибка терезів при навантаженні 100г дорівнює $\Delta_{\text{тер}} = 35\text{мг}$, що можна втнзначити за графіком. Враховуючи похибку всіх гир, визначаємо $\Delta_{\text{гир}} = (40\text{мг} + 2\text{мг} + 1\text{мг})$. Маса найменшої гирі дорівнює 100мг, - отже, похибка добору гир дорівнює $\Delta_{\text{доб.гир}} = 100\text{мг}/2 = 50\text{мг}$. Загальна похибка $\Delta = \Delta_{\text{тер}} + \Delta_{\text{гир}} + \Delta_{\text{доб.гир}} = 35\text{мг} + (40\text{мг} + 2\text{мг} + 1\text{мг}) + 50\text{мг}$.

У цій сумі можна знехтувати доданками 2мг і 1мг.

Отже, похибка вимірювання маси дорівнює $\Delta_m = 125\text{мг}$. За результатами зважування ми можемо твердити, що справжнє значення маси тіла лежить в інтервалі $[0,100175\text{кг} - 0,100425\text{кг}]$.

Якщо трапляються випадкові похибки, то щоб їх відшукати, вимірювання повторюють і за його результат беруть середнє арифметичне результатів окремих вимірювань. Наприклад, якщо виконано n вимірювань і знайдено числові значення $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, то за результат вимірювань беруть :

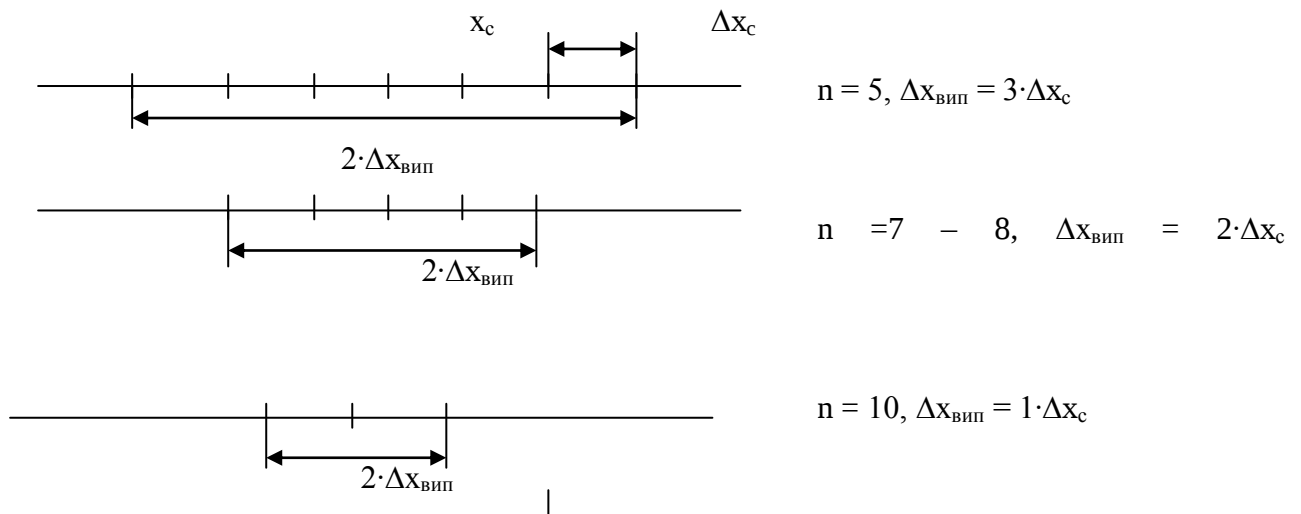
$$X_c = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Але середнє арифметичне не збігається з справжнім значенням вимірюваної величини. Щоб знайти похибку результату вимірювань, визначають середню абсолютну похибку:

$$X_c = \frac{|x_1 - x_c| + |x_2 - x_c| + |x_3 - x_c| + \dots + |x_n - x_c|}{n}$$

Якби була можливість виготовити абсолютно точний прилад і використовувати його для багатьох вимірювань, то Δx_c прямувало б до нуля, а середнє значення x_c зрівнялося б із справжнім значенням вимірюваної величини. Проте число n вимірювань завжди обмежене, і тому, згідно з теорією випадкових похибок, тільки при виконанні 10 дослідів випадкова похибка не перевищує Δx_c . Якщо проведено 7 – 8 дослідів, то Δx_c треба збільшити в два рази, щоб гарантувати належність справжнього значення інтервалу $[x_c \pm$

$2\Delta x_c$]. Якщо буде зроблено п'ять вимірювань, то Δx_c доводиться збільшувати в три рази. Таким чином, $\Delta x_{\text{вип}} = \Delta x_c$, якщо $n = 10$, $\Delta x_{\text{вип}} = 2 \cdot \Delta x_c$, якщо $n = 7 - 8$, і $\Delta x_{\text{вип}} = 3 \cdot \Delta x_c$, якщо $n = 5$.



Розрахунок похибок посередніх вимірювань залежить від виду формули, за якою обчислюють вимірювану величину.

вид функції	абсолютна похибка	відносна похибка
$f = x + y$	$\Delta f = \Delta x + \Delta y$	$\varepsilon_f = \frac{\Delta x + \Delta y}{x \pm y}$
$f = x - y$	$\Delta f = \Delta x + \Delta y$	
$f = x \cdot y$	$\Delta f = \Delta x + \Delta y$	$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$
$f = \frac{x}{y}$	$\Delta f = \frac{x\Delta y + y\Delta x}{y^2}$	$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$
$f = x^n$	$\Delta f = nx^{n-1} \cdot \Delta x$	$\varepsilon_f = n\varepsilon_x$
$f = \sqrt[n]{x}$	$\Delta f = \frac{\Delta x}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\varepsilon_f = \frac{1}{n} \varepsilon_x$
$f = \sin x$	$\Delta f = \cos x \cdot \Delta x$	$\varepsilon_f = \operatorname{ctgx} \cdot \Delta x$
$f = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$	$\Delta f = \frac{\Delta x}{x^2} + \frac{\Delta y}{y^2}$	$\varepsilon_f = \frac{\Delta x/x^2 + \Delta y/y^2}{1/x + 1/y}$

Під час посередніх вимірювань найзручніше додержуватись такого порядку оцінки вірогідності результату вимірювань: виконати прямі вимірювання; визначити відносні похибки цих вимірювань; обчислити шукану величину; за видом формули визначити відносну похибку результату посередніх вимірювань; знайти абсолютну похибку і, нарешті, інтервал, всередині якого лежить вимірювана величина. У деяких випадках простіше одразу обчислити абсолютну похибку.

Наведемо приклад обробки результатів посередніх вимірювань.

Нехай під час виконання роботи практикуму «Вивчення закону збереження механічної енергії» знайдено значення дальності польоту кульки, які подано в таблиці :

L, мм	L _c , мм	ΔL, мм	ΔL _c , мм
250	253	3	6,4
245		8	
262		9	
248		5	
260		7	

Визначимо кінетичну енергію кульки, якщо її маса $m = (0,100 \pm 0,002) \text{ кг}$, а висота падіння $H = 0,200 \text{ м}$. висоту і дальність вимірювали лінійкою з міліметровими поділками. Оскільки,

$$E = \frac{mv_0^2}{2}, \quad H = \frac{gt^2}{2}, \quad L = v_0 t, \quad \text{то} \quad E = \frac{mgL^2}{4H}$$

Підставивши числові значення в цю формулу, визначимо кінетичну енергію кульки : $E_k = 0,078531 \text{ Дж}$.

Результат з шістьма знаками після коми залишати не можна, бо він означає, що $\Delta E_k = 0,000005 \text{ Дж}$. Округлюють результат вимірювань за таким правилом: похибку округлюють до однієї значущої цифри з перевищенням, а результат вимірювання – до кількості цифр, що не перевищує тієї, з якою записано похибку.

Виходячи з цього, обчислимо похибки. Оскільки $E = \frac{mgL^2}{4H}$, то $\varepsilon_E = \varepsilon_m + 2\varepsilon_L + \varepsilon_g + \varepsilon_H$.

Відносна похибка вимірювання маси дорівнює

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0,002 \text{ кг}}{0,1 \text{ кг}} = 0,02$$

Загальна похибка вимірювання висоти дорівнює $\Delta H = \Delta H_{\text{відл}} + \Delta H_{\text{прил}}$. Похибка відліку $\Delta H_{\text{відл}} = 2 \text{ мм}$, тому й загальна похибка не перевищує 2 мм, оскільки похибкою лінійки $\Delta L_{\text{лін}} = 0,5 \text{ мм}$ можна знехтувати. Тоді

$$\varepsilon_H = \frac{\Delta H}{H} = \frac{2\text{мм}}{200\text{мм}} = 0,01$$

Загальна похибка вимірювання L дорівнює $\Delta L = \Delta L_{\text{вип}} + \Delta L_{\text{ліп}}$. У процесі роботи було виконано п'ять дослідів, - отже,

$$\Delta L_{\text{вип}} = 3 \cdot \Delta L_c = 3 \cdot 6,4\text{мм} = 19,2\text{мм}.$$

Згідно з поданим вище правилом можна записати, що $\Delta L_{\text{вип}} \approx 20\text{мм}$. Крім того, треба врахувати, що при повторенні дослідів похибкою відліку можна знехтувати. Отже, $\Delta L = \Delta L_{\text{вип}}$. Тоді

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{L} = \frac{20\text{мм}}{253\text{мм}} \approx 0,08$$

Похибка округлення ε_g залежить від кількості десяткових цифр, з якою взято значення g . Іноді зручно округлити до $10 \text{ м\c{s}^2}$ і тоді $\Delta g = 0,2$. Визначаючи ε_g , ми використали значення $g = 9,8 \text{ м\c{s}^2}$. Отже,

$$\varepsilon_g = \frac{0,2}{9,81} = 0,02$$

Таким чином $\varepsilon_E = 0,02 + 2 \cdot 0,08 + 0,01 + 0,02 = 0,21$. Знайдемо $\Delta E = E \cdot \varepsilon_E = 0,078531 \text{ Дж} \approx 0,07 \text{ Дж}$. Звертаємо увагу на те, що цифру 8 просто відкидаємо, оскільки це не вплине на попередню цифру 7, бо цифра 8 неправильна. Отже, інтервал, якому належить справжнє значення кінетичної енергії, має вигляд

$$[0,07 - 0,02; 0,07 + 0,02]$$

