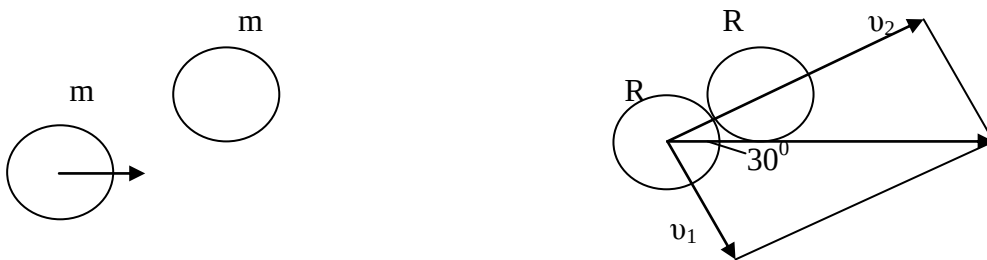


Закони збереження

Закони збереження відіграють виключно важливу роль у процесі пізнання фізичних форм руху матерії. В них передбачається, що існують величини, які володіють відмінною властивістю – не змінюватись у часі. Закони відображають найважливіший діалектико-матеріалістичний принцип існування матерії та її руху, взаємозв'язок і взаємоперетворення форм руху.

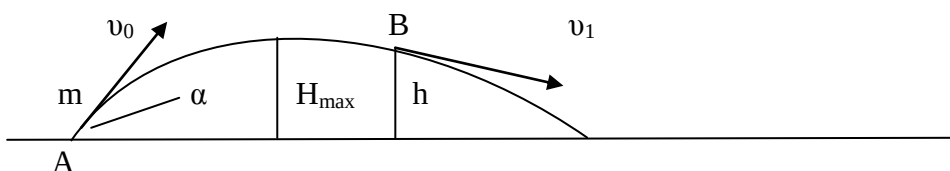
У відомій мірі являчись критерієм істини, закони збереження володіють функцією заборони, тобто несуперечність цим законам являється переконливим аргументом на користь їх істинності, а невідповідність - категорично заперечують рішення будь-якої задачі. На відміну від інших прийомів та методів розв'язку закони збереження дають можливість отримувати кінцевий результат, не вдаючись до розгляду детального механізму протікання процесу (явища), коли невідомі інші дані. В основі методу лежить використання збереження для замкнутих систем маси системи, електричного заряду, імпульсу, моментів імпульсів, і, на кінець, збереження повної енергії системи. Природа різноманітна у своїх властивостях і проявах, але відмінно, що існують у відповідних умовах закони збереження яких-небудь фізичних величин. Ними ми і пропонуємо скористатись.

Задача 1. Два однакових тіла беруть участь у пружному ударі. Перше тіло покоїться, а друге має швидкість $\vec{v}$. Знайти швидкість другого по відношенню до першого.



З малюнку видно, що друге тіло набуває швидкості, направленої під кутом 30° до початкового імпульсу системи. Із закону збереження енергії $v_2 = v_1^2 + v_2^2$, тобто вектори v_1 , v_2 та v утворюють прямокутний трикутник. Швидкість другого тіла відносно першого рівна гіпотенузі цього трикутника, а отже, рівна $\vec{v}$.

Задача 2. При яких кутах кидання α існує точка траєкторії. В якій кінетична енергія тіла у три рази більша його потенціальної відносно рівня Землі?



Запишемо закон збереження повної механічної енергії для початкової точки А та шуканої В

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh$$

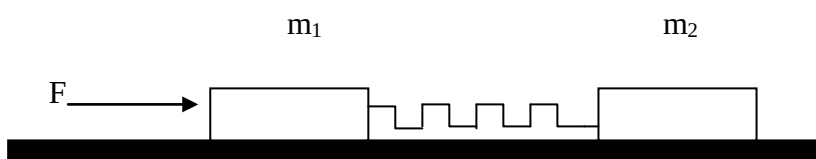
За умовою задачі в точці В:

$$\frac{mv_1^2}{2} = 3mgh.$$

Отже, $\frac{mv_0^2}{2} = 4mgh$, $h = \frac{v_0^2}{8g}$, але $H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

Якщо $h \leq H_{\max}$, то $\frac{v_0^2}{8g} \leq \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$, звідки $\sin \alpha \geq \frac{1}{2}$. Відповідно, при кутах кидання $\alpha \geq 30^\circ$ умова задачі виконується. Зазначимо лише, що кінематичний розв'язок цієї задачі громіздкий.

Задача 3. Два бруска з масами m_1 і m_2 з'єднані недеформованою легкою пружиною. Бруски лежать на горизонтальній поверхні і μ – коефіцієнт тертя між площиною та брусками. Яку мінімальну горизонтальну силу F необхідно прикласти до бруска m_1 , щоб другий брусок зрушив з місця?



Якщо на брусок m_2 буде діяти зовнішня сила більша сили тертя ($F_{\text{зовн}} \geq F_{\text{тер}}$), він зрушить. Значить, ця сила повинна бути $F \geq \mu m_2 g$. Але ця сила виникає лише за рахунок стиску пружини, тобто ($F_{\text{зовн}} = F_{\text{пружн}} = K\Delta x = \mu m_2 g$).

Нехай шукана сила – F , тоді її робота по стисканню пружини повинна супроводжуватись і роботою проти сили тертя, що діє на перший брусок.

Рівняння $F\Delta x = \frac{K\Delta x^2}{2} + \mu m_1 g \Delta x$ показує, що робота прикладеної зовнішньої сили іде на збільшення потенціальної енергії пружини і на роботу проти сил тертя першого бруска.

Знайшовши $\Delta x = \frac{\mu m_2 g}{k}$ і підставивши його, після простих перетворень маємо

$$F = \mu g \left(\frac{m_2}{2} + m_1 \right)$$

Поміркуйте, який фізичний зміст коефіцієнта $\frac{1}{2}$ перед m_2 .

Задача 4. Космічний корабель знаходиться на відстані $2 \cdot 10^7$ м від поверхні Землі і в системі координат, пов'язаних із Землею, має швидкість $6 \cdot 10^3$ м/с, направлену по радіусу від центра Землі. Двигуни корабля не працюють. Упаде корабель на Землю чи полетить у космічний простір? Впливом інших тіл, окрім Землі, знехтувати.

Якщо кінетична енергія корабля більше його потенціальної енергії в полі Землі, то він полетить ($E_{\text{кінет}} > E_{\text{пот}}$) або, що те ж, якщо швидкість корабля на орбіті більше другої космічної ($v > v_1$). Знайдемо кінетичну енергію корабля:

$$E_{\text{кінет}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} m (6 \cdot 10^3)^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ м}$$

Прискорення вільного падіння на висоті:

$$g_h = \left(\frac{R_0}{R_h}\right)^2 g_0$$

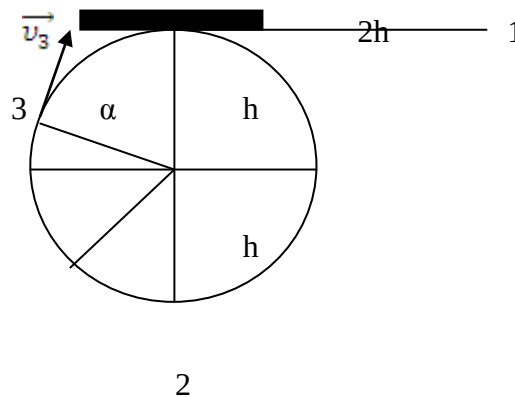
Підрахуємо потенціальну енергію корабля у гравітаційному полі Землі:

$$E_{\text{пот}} = mg_h R_h = 1,5 \cdot 10^7$$

$$E_{\text{кінет}} > E_{\text{потен}}$$

Корабель вилетить у космічний простір.

Задача 5. На нитці довжиною $2h$ висить тіло малих розмірів. Його разом з ниткою відхиляють так, що нитка горизонтальна. На яку максимальну висоту підніметься тіло, якщо на шляху руху нитки посередині розташований цвях на одній вертикалі з точкою підвісу? Втратами енергії знехтувати.



Після деякої точки 3, де натяг нитки рівний нулю, рух тіла аналогічно руху тіла, кинутого під кутом до горизонту. На висоту точки 3 по відношенню до точки 2. $H_3 = h + h \cos \alpha$, де α підлягає визначенню.

$$\text{Оскільки } T = 0, mg \cos \alpha = \frac{mv_3^2}{h}, \text{ то } \cos \alpha = \frac{v_3^2}{gh}.$$

Швидкість v_3 знайдемо із закону збереження енергії

$$2mgh = mgH_3 + \frac{mv_3^2}{2}$$

$$2 = \frac{H_3}{h} + \frac{v_3^2}{2gh} \quad \text{або} \quad 2 = \frac{H_3}{h} + \frac{\cos \alpha}{2}$$

Підставивши значення H_3 , отримаємо $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

$$\text{Тому } H_3 = h + \frac{2}{3}h = \frac{5}{3}h; \quad v_3^2 = \frac{2}{3}gh.$$

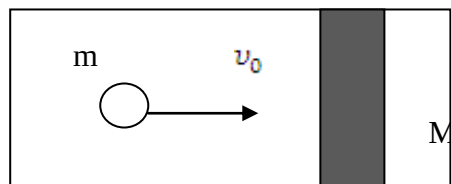
$$\text{Остаточню } H_{\max} = H_3 + \frac{v_3^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Після підстановки значень v_3 , H_3 , $\sin \alpha$ отримуємо $H_{\max} = \frac{50}{27}h$.

Очевидне порушення закону збереження енергії?! Зрозуміло, ні. Просто тіло в цей момент має горизонтальну швидкість

$$v_{3x} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2gh}{3}}$$

Задача 6. У закріпленому на столі циліндрі під поршнем знаходиться одна «молекула» - шарик масою m . Спочатку поршень масою M нерухомий, а швидкість молекули напрямлена перпендикулярна йому. Яку швидкість буде мати поршень через достатньо великий час? Тертя і силу натягу не враховувати. Вважати всі удари абсолютно пружними і що по обидві сторони поршня вакуум ($M \geq m$).



Через достатньо великий час швидкість поршня і «молекули» будуть одного порядку
 $W_{\text{кінет. ен. поршня}} \approx W_{\text{кін. ен. молекули}}$

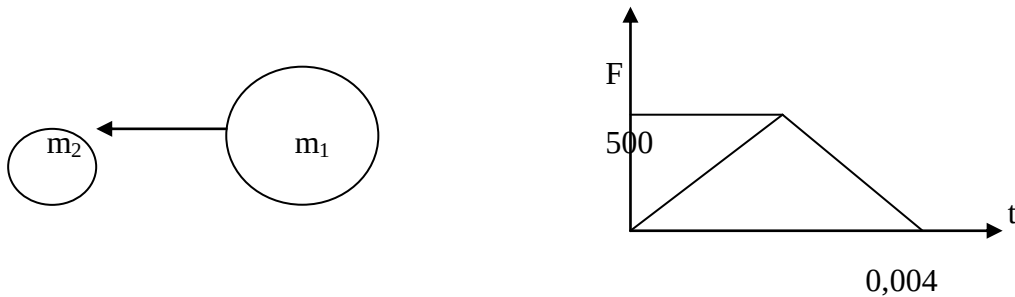
За законом збереження енергії

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2}, \quad \text{але} \quad \frac{mv^2}{2} \ll \frac{Mv^2}{2}$$

Звідки

$$v = v_0 \sqrt{\frac{m}{M}}$$

Задача 7. Шар масою $m_1 = 1$ кг налітає зі швидкістю $v = 3$ км/с на нерухомий шар масою $m_2 = 0,5$ кг. Удар центральний. Залежність сили взаємодії шарів від часу приблизно представлена на графіку. Визначте енергію, що перейшла в тепло під час удару.



Модуль повної зміни імпульсу кожного шару

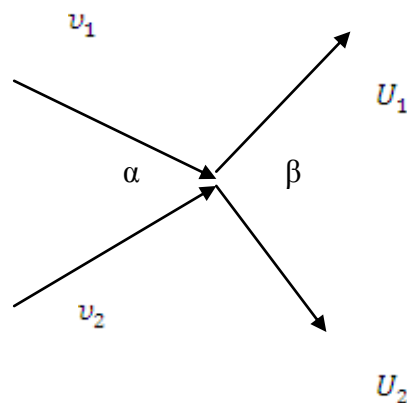
$$\Delta p = \sum_{i=1}^n F_i \Delta t_i = \frac{1}{2} 500 \text{ Н} \cdot 0,004 \text{ с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с}$$

Закон збереження енергії запишемо у такому вигляді:

$$\frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{(p_1 - \Delta p)^2}{2m_1} + \frac{(\Delta p)^2}{2m_2} + Q, \text{ де } p_1 - \text{імпульс маси } m_1, \Delta p - \text{зміна імпульсу}.$$

Звідки $Q = 1,5$ Дж.

Задача 8. Два тіла однакових мас приймають участь у пружному співударі. Початкові швидкості тіл v_1 і v_2 напрямлені під кутом α один до одного. Під яким кутом β тіла розлетяться, якщо їх швидкості стали U_1 та U_2 відповідно.



Закон збереження імпульсу дає можливість скористатись теоремою косинусів.

$$v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1 U_2 \cos \beta$$

Із закону збереження енергії слідує, що

$$v_1^2 + v_2^2 = U_1^2 + U_2^2$$

Тому

$$\cos\beta = \frac{u_1 u_2}{U_1 U_2} \cos\alpha$$