

Аналогії між прямолінійним та обертальним рухами

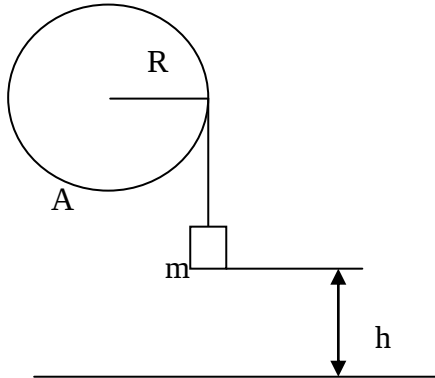
Однією з перших аналогій, з якими ви зустрінетесь під час вивчення фізики, є аналогія між прямолінійним та обертальним рухами. Так, наприклад, роль координати під час руху по колу виконує кут, який описує радіус вектор точки, швидкості прямолінійного руху відповідає кутова швидкість при криволінійному русі та ін.

Прямолінійний рух	Рух по колу
Координата - x	Кут повороту - ψ
Швидкість - $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	Кутова швидкість - $\omega = \frac{\Delta \psi}{\Delta t}$
Прискорення - $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Кутове прискорення - $\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
Залежність координати від часу для рівномірного руху $x = x_0 + vt$	Залежність кута повороту від часу для рівномірного руху $\psi = \psi_0 + \omega t$
Залежність координати від часу для рівнозмінного руху $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	Залежність кута повороту від часу для рівнозмінного руху $\psi = \psi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
Формула взаємозв'язку між фізичними величинами $2ax = v^2 - v_0^2$	Формула взаємозв'язку між фізичними величинами $2\varepsilon\psi = \omega^2 - \omega_0^2$
Маса - m	Момент інерції - I
Сила - F	Момент інерції - M
Другий закон Ньютона $F = ma$	Основне рівняння обертального руху $M = I\varepsilon$
Імпульс тіла $p = mv$	Момент імпульсу $L = I\omega$
Елементарна робота $A = F\Delta x$	Елементарна робота $A = M\Delta\psi$
Миттєва потужність поступального руху $N = Fv$	Миттєва потужність обертального руху під дією обертового моменту $N = M\omega$
Кінетична енергія поступального руху $E = \frac{mv^2}{2}$	Кінетична енергія обертального руху $E = \frac{I\omega^2}{2}$
Потенціальна енергія деформації стиску (розтягу) $E = \frac{kx^2}{2}$	Потенціальна енергія деформації кручення $E = \frac{k\psi^2}{2}$

Доречно зауважити, що аналогічними є не тільки відповідні формули кінематики та динаміки, що описують ці рухи, але й їх виведення. Знання цих аналогій сприяє більш глибокому розумінню сутності протікання фізичних процесів, об'єднує та систематизує матеріал з різних розділів фізики.

Як приклад розглянемо кілька задач, під час розв'язку яких необхідно враховувати закономірності обох рухів.

Задача 1. Тягарець масою $m = 0,5$ кг нерухомо висить на шнурі, що намотаний на барабан, радіус якого $R = 20$ см. час опускання тягарця з висоти $h = 1$ м на підлогу становить $t = 1,1$ с. визначити момент інерції барабана. Масу шнура та силу тертя не враховувати.



Кінетична енергія обертального руху барабана у момент, коли тягарець досягає підлоги,

$$E_{k1} = \frac{I\omega^2}{2}$$

Кінетична енергія поступального руху тягарця у цей момент

$$E_{k2} = \frac{mv^2}{2}$$

Потенціальна енергія тягарця відносно поверхні столу на початку руху $E_{п1} = mgh$, у кінці $E_{п2} = 0$. Закон збереження повної механічної енергії системи для даного випадку запишеться так:

$$E_{п1} = E_{k1} + E_{k2} + E_{п2}, \text{ або } mgh = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

Швидкість тягарця біля поверхні підлоги $v = at$. Враховуючи, що прискорення руху в цей момент $a = \frac{2h}{t^2}$, дістанемо:

$$v = \frac{2h}{t}$$

Такою ж буде лінійна швидкість обертання точок, що знаходяться на поверхні барабана. Тому кутова швидкість обертання барабана

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2h}{Rt}$$

Після відповідних підстановок у формулу, яка виражає закон збереження енергії, отримаємо:

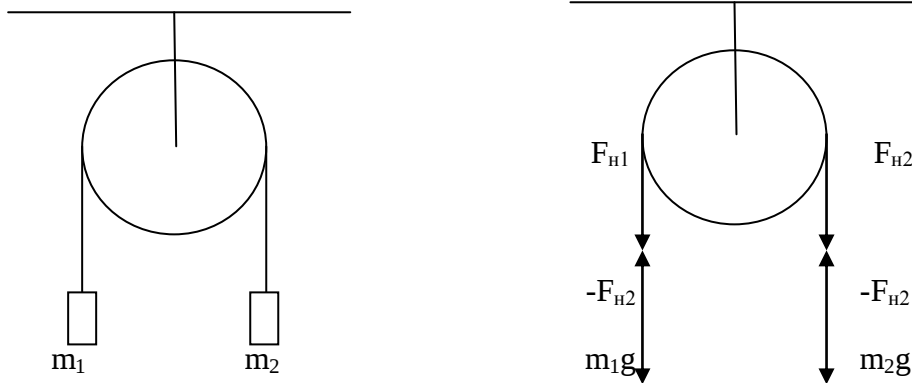
$$\frac{2Ih^2}{t^2 R^2} + \frac{2mh^2}{t^2} = mgh$$

Розв'язуючи рівняння відносно I , знайдемо відповідь на запитання задачі:

$$I = mR^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \approx 0,1 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2)$$

Задача 2. Через блок, маса якого $2m$, перекинута нерозтяжна легенька нитка, до кінців якої прив'язано два тягарці з масами m_1 і m_2 . Визначити прискорення руху системи, силу тиску, яка діє на вісь блока під час руху тягарців. Масою нитки знехтувати, блок вважати однорідним диском, момент інерції якого дорівнює $I = \frac{mR^2}{2}$.

Зобразимо сили, які діють на тягарці і блок під час прискореного руху. зауважимо, що оскільки блок обертається прискорено, на нього діє обертовий момент, обумовлений різними за значенням силами F_{n1} і F_{n2} .



Рівняння динаміки для поступального та обертового рухів запишуться так:

$$F_{n1} - m_1 g = m_1 a$$

$$m_2 g - F_{n2} = m_2 a$$

$$M = I\varepsilon$$

Оскільки прискорення поступального руху тягарців $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, кутове прискорення руху блоку $\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$, а лінійна швидкість руху тягарців і крайніх точок обода пов'язана з кутовою швидкістю блоку співвідношенням $\omega = \frac{v}{R}$, де R – радіус блока, можна записати:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{R \Delta t} = \frac{a}{R}$$

Враховуючи, що обертовий момент

$$M = F_{n2} R - F_{n1} R = (F_{n2} - F_{n1}) R$$

Рівняння запишемо так

$$(F_{H2} - F_{H1}) R = \frac{I a}{R}$$

Розв'язуючи систему рівнянь, дістанемо:

$$a = (m_2 - m_1)g / (m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}) = (m_2 - m_1)g / m_1 + m_2 + m$$

$$F_{H1} = m_1 (2m_2 + m)g / m_1 + m_2 + m$$

$$F_{H2} = m_2 (2m_1 + m)g / m_1 + m_2 + m$$

Сила тиску на вісь блока:

$$F = F_{H1} + F_{H2} = 4m_1 m_2 + (m_1 + m_2) mg / m_1 + m_2 + m$$