

РОЗДІЛ 1. НЕБЕСНА СФЕРА. СИСТЕМИ НЕБЕСНИХ КООРДИНАТ

ЛЕКЦІЯ №5. ЕЛЕМЕНТИ СФЕРИЧНОЇ АСТРОНОМІЇ. ПАРАЛАКТИЧНИЙ ТРИКУТНИК. ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ

Ключові слова: сферичний трикутник, формула синуса, формула косинуса, формула п'яти елементів, паралактичний трикутник, паралактичний кут, астрономічний трикутник.

1.1. Елементи сферичної геометрії

Проведення астрономічних спостережень і подальший аналіз отриманих результатів дуже часто вимагають переходу від одної зі згаданих вище систем небесних координат до іншої. Усі потрібні для цього формули отримано шляхом розв'язування сферичних трикутників.

Сферичний трикутник — це фігура на сфері, утворена дугами трьох великих кіл (рис. 1.16). Тому в сферичній тригонометрії дуги AB , BC , AC вимірюють у градусах. Для виведення потрібних співвідношень до сторін AB і AC у точці A проводимо дотичні до їх перетину з продовженням радіусів сфери OB і OC у точках D і E . Приймаючи радіус сфери за одиницю, отримуємо, що

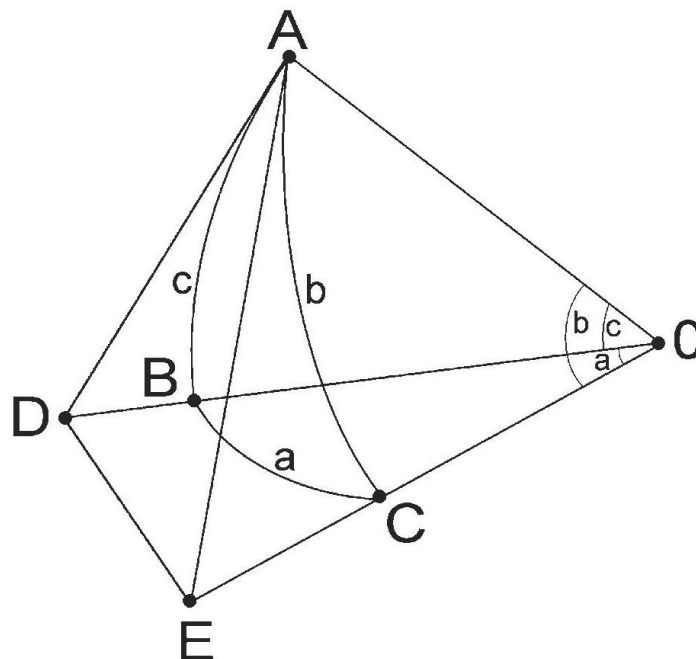


Рис. 1.16. Сферичний трикутник

$$AD = \operatorname{tg} c, OD = \operatorname{secc}, AE = \operatorname{tg} b, OE = \operatorname{sec} b.$$

Нагадаємо, що, як і в плоскій тригонометрії, кути трикутника позначають літерами A, B, C , а протилежні їм сторони — a, b, c . Далі приймається, що сторони b і c трикутника ABC менші від 90° . Для визначення (і подальшого виключення) відрізка DE двічі (з розгляду трикутників ADE і DOE) використовують теорему про квадрат сторони, що лежить проти гострого кута. З урахуванням теореми Піфагора після нескладних перетворень отримуємо три співвідношення:

формулу косинуса сторони

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \quad (1.10)$$

формулу синусів

$$\sin a \cdot \sin B = \sin b \cdot \sin A \quad (1.11)$$

формулу п'яти елементів

$$\sin a \cdot \cos B = \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c \cdot \cos A \quad (1.12)$$

За допомогою колової перестановки (заміни $a \rightarrow b, b \rightarrow c, c \rightarrow a$ і відповідно $A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A$) такі ж вирази отримуємо і для двох інших сторін та відповідних їм кутів.

Наведені тут формули істотно спрощуються, якщо один з кутів дорівнює 90° .

1.2. ПАРАЛАКТИЧНИЙ ТРИКУТНИК. ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ

Сферичний трикутник, вершинами якого є полюс світу P , зеніт Z і світило M , називається *паралактичним* (від гр. $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\alpha\xi\iota\varsigma$ — відхилення, зміщення). Сторонами цього трикутника є дуги z , $(90^\circ - \varphi)$ і $(90^\circ - \delta)$. Кут при полюсі світу P — це годинний кут світила t , кут при зеніті Z — доповнення азимута A до 180° , тобто він дорівнює $(180^\circ - A)$. Кут при світилі M називається паралактичним кутом, при обчисленнях зазвичай він не використовується (рис. 1.17).

Враховуючи це і конкретизуючи записані вище загальні формули сферичного трикутника, можна отримати дві групи співвідношень, які дають змогу переходити від горизонтальної системи небесних координат до першої екваторіальної і навпаки.

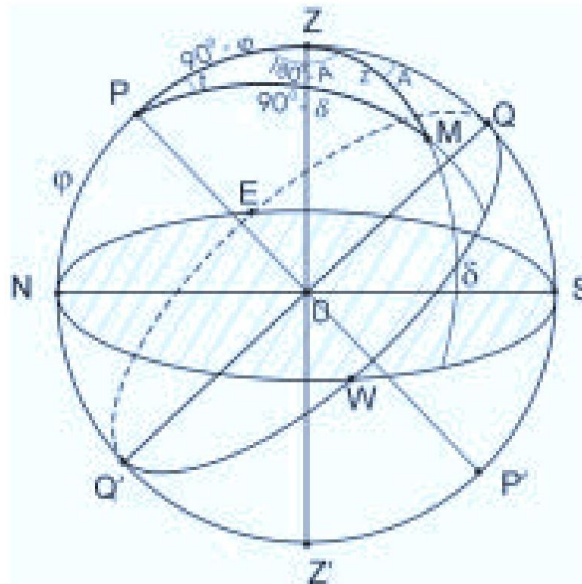


Рис. 1.17. Паралактичний трикутник

Наприклад, якщо екваторіальні координати світила t і δ відомі, то для обчислення його горизонтальних координат A і z використовують співвідношення:

$$\cos z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t, \quad (1.13)$$

$$\sin z \cdot \sin A = \cos \delta \cdot \sin t, \quad (1.14)$$

а також

$$\sin z \cdot \cos A = -\cos \varphi \cdot \sin \delta + \sin \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos t. \quad (1.15)$$

При значеннях годинного кута t , близьких до 0 і 180° , азимут світила A ліпше обчислювати за формулою (1.14), якщо ж t близький до 90 і 270° — за формулою (1.15). Квадрант для азимута A визначається знаками правих частин формул. Оскільки з астрономічних календарів беруть координати α і δ , то для попереднього обчислення годинного кута t використовують співвідношення (1.2).

Для обчислення екваторіальних координат світила t і δ за відомими його горизонтальними координатами A та z зі співвідношень сферичної тригонометрії знаходимо:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cdot \cos z - \cos \varphi \cdot \sin z \cdot \cos A, \quad (1.16)$$

$$\cos \delta \cdot \sin t = \sin z \cdot \sin A, \quad (1.17)$$

$$\cos \delta \cdot \cos t = \cos \varphi \cdot \cos z + \sin \varphi \cdot \sin z \cdot \cos A. \quad (1.18)$$

Знак схилення δ визначається знаком $\sin \delta$, а квадрант для t вибирають за знаками правої частини формул (1.17) та (1.18). Використання першої чи другої з них зумовлюється так, як і у попередній групі.

Аналогічну групу формул можна отримати для переходу від екваторіальних небесних координат до екліптичних і навпаки. Тут обмежимося зауваженням, що сферичний трикутник з вершинами в полюсі світу P , полюсі екліптики Π і світілі M називається *астрономічним трикутником*.

