

1. Тиск у рідинах і газах. Закон Паскаля. Закон Аріхмеда.
2. Поняття ідеальної рідини. Стаціонарний рух рідини.
Рівняння нерозривності. Рівняння Бернуллі.
3. Рух в'язкої рідини. Ламінарна і турбулентна течії. Число Рейнольдса.
4. Рух тіл у рідинах і газах. Підймальна сила.

В Давній Греції вперше була сформульована ідея про єдину матеріальну основу світу та про розвиток цієї основи. Але цікаво те, що мілетський купець Фалес (624-547рр. до н.е.) такою основою вважав воду, його ученик Анаксимандр (610-546рр. до н.е.) – невизначну речовину – «апейрон» – нескінченність, ученик Анаксимандра Анаксимен (588-525рр. до н.е.) – повітря. «Все тече! Все змінюється! Неможна двічі увійти в одну й ту саму ріку!», – хоча Геракліт (530-470 рр. до н.е.) так висловився про зміни у оточуючому світі, але ж погодьтеся, так красиво за допомогою саме води. Може, а може й ні :-), відтоді почалося вивчення руху води і повітря.

У III ст. до н.е. основи гідростатики були закладені Архімедом, який встановив умови плавання тіл. Доречі, фраза Архімеда «Еврика!» (я знайшов!), яку він проголосив коли відкрив той самий закон, фактично стала девізом науки. Теорію гідростатики Архімеда під час Середньовіччя розвинули у своїй творчості дослідники Давнього Сходу. Так у 1122р. арабський вчений Альгацині зауважив, що закон Архімеда справедливий і для повітря. І лише наприкінці XVI і в першій половині XVII ст. розвинуті Стевіном, Галілеєм, Паскалем та іншими.

У XV ст. Великий Леонардо да Вінчі дослідив та описав польоти птахів, відкрив існування опору середовища і підймальної сили, створив проекти перших літального апарата, парашута і гелікоптера, ряд гідротехнічних пристроїв. Йому був відомий закон сполучених посудин для рідин різної густини, який пізніше відкрив Паскаль.

У 1643р. Е.Торрічеллі відкрив закон атмосферного тиску та встановив формулу для швидкості витікання рідини з вузького отвору у відкритому посуді, тепер ця формула носить його ім'я. Про решту цікавих фактів з історії дослідження руху рідин та газів, та руху в них твердих тіл наполегливо раджу вам дізнатися з [2].

Працями Д.Бернуллі та Ейлера було закладено основи науки про рух рідин, яка на сучасному етапі стала окремою наукою – гідродинамікою. Широке практичне застосування гідродинаміка отримала наприкінці XIX і початку XX ст. як наслідок робіт Н.Є.Жуковського і С.А.Чаплигіна. Жуковським і Чаплигінін була створена окрема наука – аеродинаміка – вчення про закони руху газів і теорія польотів. Доречі, В.І.Ленін назвав Жуковського «отцом русской авиации». При швидкостях польоту сучасних літаків повітря не можна вважати нестисливою рідиною. Саме методи врахування стисливості повітря були розроблені Чаплигінін ще в 1903р., коли швидкості польоту не перевищували 30–40 км/ч. Завдяки цим методам розраховуються підймальна сила і опір крил при сучасних швидкостях польотів.

1. ТИСК У РІДИНАХ І ГАЗАХ. ЗАКОН ПАСКАЛЯ

Всі тіла складаються з дрібних частинок – атомів і молекул, які перебувають у безперервному русі. В твердих тілах атоми і молекули здійснюють коливальні рухи навколо положень рівноваги. При цьому середня швидкість молекул в твердих тілах при сталій температурі залишається постійною, завдяки чому тверді тіла мають свою форму. Для деформування твердих тіл до них треба прикласти деякі сили.

У рідинах і газах немає такого зв'язку між молекулами, який є в твердих тілах. Внаслідок хаотичного руху молекул їхнє розташування одна відносно одної буде довільним. Тому рідини і гази являють собою фізичні тіла, які не маючи певної форми і набувають форми тієї посудини, в якій вони знаходяться.

На відміну від газів у рідинах, незважаючи на хаотичний рух молекул, середня відстань між сусідніми молекулами залишається майже незмінною. Отже, **рідини** – це фізичні тіла без конкретної форми, але з майже незмінним об'ємом. **Гази** – агрегатний стан речовини, в якому всі його частинки слабо взаємодіють поміж собою, і, рухаючись, заповнюють весь наданий об'єм.

Рідини завжди обмежені певними поверхнями, які відділяють їх від твердих тіл або газів. Поверхню, що відділяє рідину від газу, називатимемо **вільною**. Наявність вільних поверхонь у рідин дає їм можливість при певних умовах утворювати краплини. Газоподібні тіла обмежені або поверхнями рідин, або поверхнями твердих тіл. Вони не мають власного об'єму.

Якщо до поверхні деякої рідини або газу прикладена незначна сила, то її дія приведе до переміщення одних частин відносно інших. Тому вважають, що при звичайних умовах рідини або газу не чинять опору при зміні форми об'єму, але чинять опір при зміні величини об'єму. Для задач механіки відмінності між рідинами і газами, за винятком особливих випадків руху, неістотні. Тому під словом „рідини” під час вивчення цього матеріалу ми розумітиме як рідини так і газ.

Розділ механіки, в якому вивчається стан рівноваги і рух рідин під дією зовнішніх сил, називають **гідроаеромеханікою**. Гідроаеромеханіка поділяється на:

- **Гідроаеростатика** вивчає рівновагу рідин і газів. У стані рівноваги напруги в рідинах і газах завжди нормальні до поверхонь, на які вони діють.
- **Гідродинаміка** – розділ гідромеханіки, в якому вивчається рух нестисливих рідин і взаємодія їх з твердими тілами.

Рідини і газів розглядають у механіці як суцільні середовища, що безперервно заповнюють певну частину простору. Рідини, газів і тверді тіла розглядають як систему матеріальних точок, що являють собою **елементарні об'єми**. Уявлення про рідину або газ, як систему елементарних об'ємів, взаємне розміщення яких не змінюється, допустимі тільки тоді, коли рідина або газ перебувають у спокої, або рухаються як єдине ціле. В такому разі частину об'єму рідини або весь об'єм можна розглядати як тверде тіло і застосовувати до нього закони механіки твердого тіла. Такий спосіб вивчення рідин називають **принципом тверднення**, який було сформульовано ще на початку XVII ст. Стевіном.

Давайте подумки виділимо всередині рідини довільний елементарний об'єм і розглянемо сили, які діють на нього. Окрім того, всі ці сили можна поділити на:

- **Внутрішні сили** зумовлені взаємодією частинок рідини в елементарному об'ємі. Оскільки вони взаємно зрівноважуються, то їх враховувати не будемо.
- **Зовнішні сили** зумовлені дією сусідніх елементів, сил тяжіння, тощо.

Зовнішні сили поділяють на:

- **Об'ємні сили** – це сили, що діють на елементарні об'єми, в яких знаходиться певна маса рідини або газу. До них належать сили тяжіння.
- **Поверхневі сили** – це такі, які діють на поверхню, що обмежує елементарний об'єм.

Для зміни об'єму рідини або газу необхідна дія зовнішніх сил. Це вказує на те, що при зміні об'єму рідини або газу в них виникають пружні сили, дія яких однакова за величиною і протилежна за напрямом дії зовнішніх сил. Дія пружних сил у рідинах і газах виявляється в тому, що окремі об'єми діють один на одного або на тіла, з якими вони межують. Якщо рідина перебуває у спокої, то її елементарні об'єми не змінюють взаємного розташування.

Введемо величину, що характеризує силу, яка діє збоку рідини (твердого тіла) на тіло (рідину) обмежене(у) деякою поверхнею, і яка дорівнюватиме відповідно відношенню сили, що діє нормально на елемент поверхні, до її площі – **тиск**:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}. \quad (10.1)$$

За виразом (10.1) визначають **середнє значення тиску**. Якщо сила, з якою рідина діє на поверхню площею ΔS , розподілена нерівномірно, то користуються поняттям **тиску у даній точці рідини**:

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS}. \quad (10.2)$$

Аналогічно визначають тиск у газах. Тиск – величина скалярна і для заданої точки рідини або газу не залежить від орієнтації площини dS , що буде показано далі. З формул (10.1) та (10.2) випливає, тиск має розмірність сили поділеної на площу. За одиницю тиску в СІ взято паскаль (Па). Тиск вищий від атмосферного, вимірюють в атмосферах та в міліметрах ртутного стовпа, у техніці тиск вимірюють технічними атмосферами.

ЗАКОН ПАСКАЛЯ [7,8,13]

Для рідин і газів, які перебувають у рівновазі, виконується **закон Паскаля**:

тиск у будь-якій точці рідини або газу, які перебувають у спокої, однаковий у всіх напрямках і передається в усіх напрямках однаково.

Обґрунтування закону Паскаля ви можете з'ясувати самостійно, наприклад, з [7].

Із закону Паскаля випливає, що тиск у будь-якій точці рідини або газу не залежить від орієнтації площини, для якої визначено тиск.

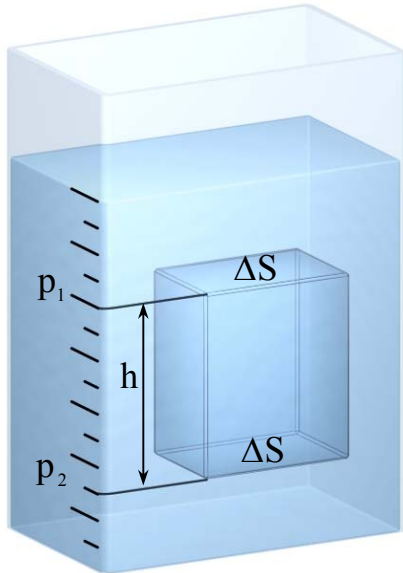


Рис. 10.1.

Розглянемо розподіл тиску у рідині, яка перебуває в спокої. При цьому враховуватиме дію сили тяжіння. Виділимо в рідині елемент у вигляді прямокутного паралелепіпеда, площа основи якого ΔS , а висота h (рис. 10.1). Оскільки рідина цього об'єму перебуває у спокої, то рівнодійна всіх сил, що діє на об'єм рідини, дорівнює нулю. А от сили, що діють на бічну поверхню, взаємно урівноважуються. Щоб знайти умови рівноваги паралелепіпеда у вертикальному напрямі, треба врахувати тиски p_1 і p_2 , що діють на верхню і нижню основи паралелепіпеда. Отже, **умова рівноваги**:

$$F_2 = F_1 + F,$$

$$p_2 \Delta S = p_1 \Delta S + \rho g h \Delta S, \text{ або } (10.3)$$

$$p_2 = p_1 + \rho g h, \quad (10.4)$$

де $(\rho g h)$ – **гідростатичний тиск** рідини, зумовлений дією земного тяжіння, ρ – густина.

Наслідки з закону Паскаля

1. Закон Паскаля лежить в основі роботи гідравлічних пресів і підйомників, гідравлічних і пневматичних гальм автомобілів та інших механізмів. Виграш в силі дорівнює відношенню площ поршнів: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$.
2. Як видно з (10.4), гідростатичний тиск рідини залежить від густини рідини ρ та висоти її стовпа і не залежить від форми посудини, в якій знаходиться рідина. Саме цим пояснюється так званий **гідростатичний парадокс**: вага рідини в загальному випадку не дорівнює силі тиску рідини на дно посудини, або, тиск на дно посудини, заповненої рідиною, не залежить від форми посудини, а визначається лише рівнем рідини. Якщо тиск на вільну поверхню нерухомої рідини p_0 , то гідростатичний тиск рідини на глибині h буде:

$$p = p_0 + \rho g h. \quad (10.5)$$

Для вимірювання гідростатичного тиску застосовують прилади, які називають манометрами [7]. За різницею рівнів рідини в колінах манометра визначають тиск рідини у посудині. Для вимірювання великих тисків застосовують металеві манометри. Низькі і високі тиски вимірюють приладами, для яких ґрунтується або на залежності електричного опору манганінової дротини від тиску, або на залежності електричних властивостей кварцових пластинок від тиску (п'єзоелектричний ефект).

3. З закону Паскаля випливає **закон сполучених посудин** (про який дізналися набагато раніше за закон Паскаля): однорідна рідина у сполучених посудинах встановлюється на одному рівні; різнорідні рідини із густинами ρ_1 і ρ_2 у сполучених посудинах встановлюються на висотах h_1 і h_2 , обернено пропорційних густинам $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$.

ЗАКОН АРХІМЕДА [7,13]

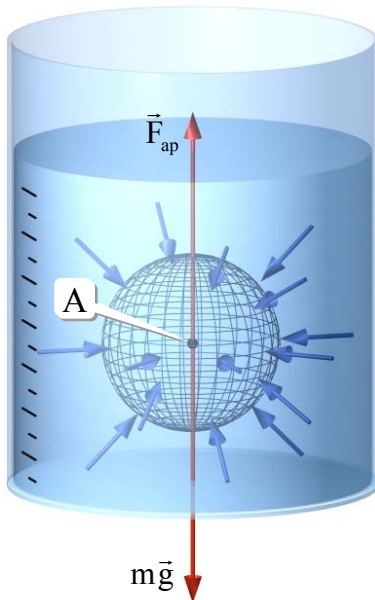


Рис. 10.2.

У зв'язку з тим, що на різних рівнях у рідині або газі тиски різні, на занурене в рідину або газ тіло діє **виштовхувальна сила**. Саме її дію ми далі і розглянемо.

Уявіть собі, що тіло, яке занурене в рідину, вийнято. Об'єм, що залишився, заповнено рідиною (рис. 10.2). Рідина, що знаходиться в цьому об'ємі, буде в рівновазі за умови, що рівнодійна сила і момент усіх зовнішніх сил, які діють на виділений об'єм рідини, дорівнюють нулю. Зовнішніми силами, що діють на виділений об'єм рідини, є сила земного тяжіння $m\vec{g}$ (або вага рідини) в об'ємі даного тіла і сила тиску на поверхню S з боку рідини. Оскільки виділений об'єм рідини перебуває у спокої, то рівнодійна сил гідростатичного тиску, що діє на поверхню S , повинна дорівнювати вазі рідини в об'ємі, обмеженою поверхнею S . Ця рівнодійна напрямлена вертикально вгору і проходить через **центр мас виділеного об'єму рідини** – A (а не через центр мас видаленого з рідини тіла – C). Отже, момент пари сил, що діє на виділений об'єм рідини, дорівнює нулю. Якщо рідину, обмежену поверхнею вилучити і на її місце помістити будь-яке тіло

такого самого об'єму, то на нього діятиме напрямлена вертикально вгору така сама рівнодійна, або виштовхувальна, сила. Отже, ми прийшли до відомого **закону Архімеда**:

на будь-яке тіло, занурене в рідину (газ), діє з боку рідини (газу) виштовхувальна сила $\vec{F}_{ар}$, яка дорівнює вазі витісненої тілом рідини (газу).

Ця сила напрямлена вертикально вгору і прикладена до центра мас A витісненого об'єму рідини. Точку A називають **центром плавучості тіла**. Його положення визначає умови рівноваги і стійкості тіла, що плаває:

1. тіло, що плаває, буде знаходитися в рівновазі, якщо його вага дорівнює вазі виштовханої ним рідини, а центр плавучості A і центр мас тіла C лежатимуть на одній вертикалі [7,8,13];
2. якщо тіло повністю занурене в рідину, то рівновага буде стійкою, якщо центр мас тіла C лежатиме нижче його центра плавучості A , і нестійким – у протилежному випадку;
3. якщо тіло занурене в рідину частково, то рівновага буде стійкою, якщо його центр мас C знаходиться нижче метacentра, і нестійкою – у протилежному випадку. **Метacentр** – це точка, в якій перетинаються лінії дії виштовхувальних сил у рівноважному і нахиленому на малий кут положеннях тіла.

Якщо рідина перебуває в стані невагомості, то зміна тиску, зумовленого силою тяжіння, з висотою зникає, а з нею зникає і виштовхувальна сила. Закон Архімеда використовується для оцінки плавучості і стійкої рівноваги кораблів.

2. СТАЦІОНАРНИЙ РУХ РІДИНИ

Рух рідини або газу можна вивчати двома методами:

1. Вивчається рух кожної частинки рідини окремо. Він вимагає визначення кінетичних характеристик руху (переміщення, швидкість, прискорення) частинок рідини при переміщеннях їх у просторі і в часі. Такий метод вивчення стану руху рідини запропонував Ж.Лагранж, тому і називається він **методом Лагранжа**. Але він пов'язаний із значними математичними труднощами, тому на практиці користуються іншим методом.
2. Спостерігають не за рухом кожної частинки рідини, а в потоці рідини виділяють фіксований елементарний об'єм і вивчають, що відбувається з часом у кожній точці простору виділеного об'єму. Такий метод вивчення стану руху рідини розробив Л.Ейлер і саме тому він називається **методом Ейлера**. При цьому йдеться не про швидкості і прискорення частинок рідини, а про швидкість і прискорення **потoku рідини**.

Швидкість потоку рідини в даній точці простору залежить від координат і часу:

$$\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t), \text{ або} \quad (10.6)$$

$$v_x = v(x, y, z, t), \quad v_y = v(x, y, z, t), \quad v_z = v(x, y, z, t), \quad (10.7)$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений з початку координат у дану точку рідини, v_x, v_y, v_z – проекції вектора $\vec{v}$ на осі координат.

Вивчаючи рух рідини, ми будемо користуватися ідеалізованим об'єктом – моделлю рідини, яку називають **ідеальною рідиною**: рідина, яка абсолютно нестислива і повністю позбавлена внутрішнього тертя під час усталеного руху. З'ясуємо властивості рідини, вказані в її означенні.

- 1. Нестисливість рідини** полягає в тому, що густина ρ окремих елементів рідини, що рухаються, залишається під час руху постійною. **Коефіцієнт стисливості** рідини ви-

значається формулою: $\beta_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dp} \right)_{T=\text{const}}$, де V – об'єм рідини, T – термодинамічна температура, p – тиск. Значення цього коефіцієнту за кімнатних умов для рідин складає $10^{-9} \div 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, для газів 10^{-5} Па^{-1} .

Наприклад, для збільшення густини рідкої води при кімнатній температурі на 1% необхідно прикласти тиск близько 200 атм. При такому тиску струмінь води, що вилітає з резервуару в атмосферу, буде мати початкову швидкість порядку 200 м/с. На противагу рідинам **гази стискаються легко**, і їх густина прямо пропорційна тиску. Завдяки малому значенню тиску для приведення газу в рух достатньо дуже малої зміни тиску, а, відповідно, і густини газу. Наприклад, аби повітря проходило через вентилятор із швидкістю 10 м/с, достатньо створити розрідження порядку 1 мм ртутного стовпа, тобто майже 10^{-3} атм. Отже, і густина повітря при таких швидкостях лише всього на 10^{-3} від власної величини, тобто на 0,1%.

Теорія та досвід демонструють те, що стисливістю рідини або газу можна знехтувати і з достатнім ступенем точності користуватися поняттям нестисливої рідини, при умові, що швидкості їх руху малі у порівнянні із швидкістю розповсюдження звуку ($v_{\text{зв}} \approx 340 \text{ м/с} \approx 1200 \text{ км/ч} \approx 1 \text{ мах}$). Тому при вивченні опору повітря рухові тіл (автомобіля, поїзда або літака, що рухаються із швидкістю $\approx 200 \text{ км/ч}$) можна вважати повітря практично нестисливим. Однак, для сучасних реактивних літальних апаратів, швидкість яких сягає я перебільшує швидкість звуку, нехтувати стисливістю повітря не можна. Отже, поняття нестисливості характеризує не стільки властивості самої рідини при відсутності руху, скільки властивості даного руху. Як рідини так і гази при русі практично нестисливі, якщо $v \ll v_{\text{зв}}$.

- 2. Ідеальність рідини** полягає в тому, що окремі елементи рідини рухаються друг один відносно одного без тертя. Нехтування тертям залежить від характеру руху, що досліджується. При русі реальної рідини (або газу) всередині неї виникають сили в'язкості. Отже, рідина вважається ідеальною, якщо можливо знехтувати силами внутрішнього тертя, у порівнянні із іншими силами, що діють в рідині (силами тяжіння, тиску і т.п.). В таких випадках втрати енергії руху на тертя і утворення тепла незначні і можна застосовувати закон збереження енергії.
- 3. Усталеність (стаціонарність) руху рідини.** Якщо зовнішні сили, що викликали рух рідини, не залежать від часу, то через деякий час після початку руху в рідині установиться певний розподіл швидкостей. При цьому швидкість руху кожної частинки рідини може змінюватися від точки до точки вздовж її траєкторії. Однак, в кожній точці простору швидкості руху всіх частинок, що послідовно проходять через рідину, будуть однаковими. Такий рух рідини в даній обмеженій частині простору і є усталеним або стаціонарним. Потік рідини або газу називатимемо **стаціонарним**, якщо швидкість потоку в усіх точках простору з часом не змінюється.

ЛІНІЇ І ТРУБКИ ТЕЧІЇ

Для полегшення аналізу руху рідини або газу надалі ми користуватиметься так званими лініями і трубками течії.

Під лінією течії розумітиме лінію, дотична до якої в кожній точці збігається з вектором швидкості $\vec{v}$. За допомогою таких ліній можна графічно зображати не тільки напрям швидкості, а й її величину [7]. Лінія течії і траєкторія руху частинки в загальному випадку не збігаються. Траєкторія вказує шлях тієї самої частинки за весь час її руху. Лінія ж течії характеризує напрям руху нескінченної множини частинок, які в даний момент часу знаходяться на лінії. Тільки при стаціонарному потоці рідини або газу лінії течії збігаються з траєкторіями руху частинок. У разі нестационарних потоків такого збігу немає.

Частина рідини, обмежена лініями течії, називається трубкою течії. Всі частинки, що містяться всередині трубки течії, не виходять за межі трубки і жодна з частинок, що знаходяться за межами трубки течії, не проникає в неї. Трубку течії можна уявити, як трубку з жорсткою бічною поверхнею, по якій протікає рідина. Якщо поперечний переріз трубки течії нескінченно малий, то можна вважати, що швидкість рідини для всіх точок заданого перерізу однакова.

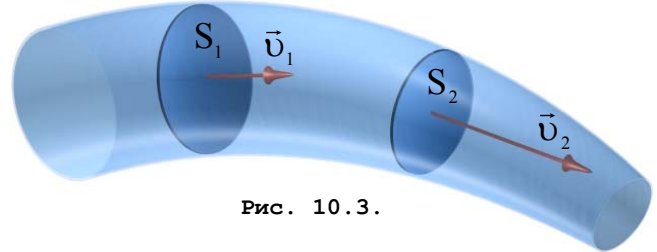


Рис. 10.3.

Маса рідини, що протікає за час dt із швидкістю v через поперечний переріз S :

$$dm = \rho v S dt, \quad (10.8)$$

де ρ - густина рідини. При стаціонарному потоці маса рідини або газу, що протікає за одиницю часу через будь-який поперечний переріз трубки течії, однакова для всіх перерізів. Якщо взяти два перерізи, площі яких S_1 і S_2 (рис. 10.3), то для стаціонарного потоку можна записати:

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2. \quad (10.9)$$

Оскільки ми вважаємо, що рідина ідеальна, тобто абсолютно нестислива, то $\rho_1 = \rho_2$, і тоді рівняння (10.9) перепишемо так:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2, \text{ або} \quad (10.10)$$

$$v S = \text{const}. \quad (10.11)$$

Рівняння (10.11) виражає теорему нерозривності течії: добуток швидкості течії нестисливої рідини на площу поперечного перерізу трубки течії є величина стала для даної трубки течії. Його можна застосовувати не тільки для реальних рідин, а й для газів.

РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ [7]

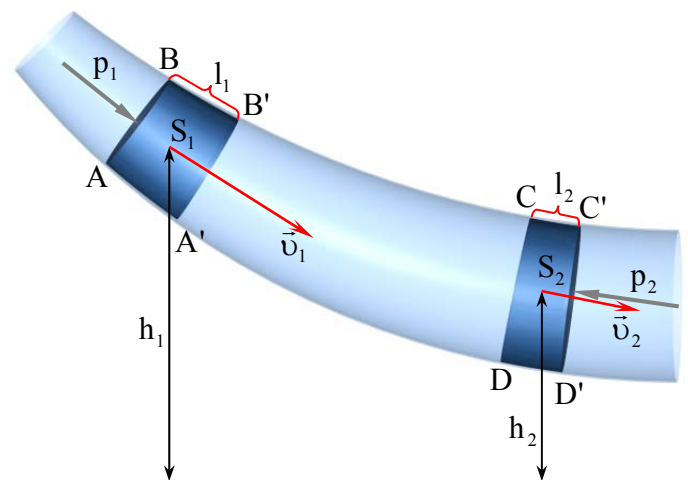


Рис. 10.4.

Встановимо зв'язок між тиском і швидкістю стаціонарного руху ідеальної рідини. Для цього виділимо ділянку трубки течії, в якій знаходиться об'єм рідини ABCD (рис. 10.4). Вважатимемо, що рідина перебуває в полі земного тяжіння. Позначимо через p_1, v_1, S_1 і p_2, v_2, S_2 відповідно тиск, швидкість рідини і площу перерізу. Через h_1 і h_2 позначимо висоти розташування центрів перерізів AB і CD над деяким горизонтальним рівнем.

Нехай за час Δt рідина перемістилася з положення ABCD в положення A'B'C'D'. За час Δt через переріз S_1 протече ріди-

на масою m_1 і займе об'єм $V_1 = S_1 l_1$, або, якщо врахувати, що $l_1 = v_1 \Delta t$: $V_1 = v_1 S_1 \Delta t$.

Знайдемо роботу A , виконану при цьому силами тиску. Сили тиску, що діють на бічну поверхню трубки течії, роботи не виконують, оскільки вона завжди перпендикулярна до напрямку руху частинок рідини. Тому роботу виконують тільки ті сили тиску, що діють на рідину через перерізи AB і CD :

$$F_1 = p_1 S_1 \quad \text{і} \quad F_2 = p_2 S_2, \quad (10.12)$$

При переміщенні межі AB в положення $A'B'$ виконується додатна робота, оскільки напрям сили тиску на межу AB збігається з напрямом переміщення l_1 :

$$A_1 = p_1 S_1 v_1 \Delta t, \quad (10.13)$$

Робота, виконана при переміщенні межі CD в положення $C'D'$ буде від'ємною, оскільки напрям дії сил тиску на межу CD протилежний напрямку переміщення l_2 цієї межі:

$$A_2 = -F_2 l_2 = -p_2 S_2 v_2 \Delta t. \quad (10.14)$$

Повна робота, виконана силами тиску визначатиметься сумою робіт:

$$\Delta A = A_1 + A_2, \\ \Delta A = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t. \quad (10.15)$$

Робота ΔA повинна дорівнювати зміні повної механічної енергії виділеного об'єму рідини. Оскільки рух рідини стаціонарний, енергія рідини в об'ємі $A'B'CD$ не змінюється. Тому зміна енергії виділеного об'єму рідини буде такою, якби маса рідини в об'ємі $AB B'A'$ перемістилася б і заповнила об'єм $CD D'C'$.

Повна механічна енергія рідини в об'ємі $AB B'A'$ дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій, тобто:

$$E_1 = T_1 + U_1, \quad \text{або} \quad E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g h_1,$$

врахуємо, що $m_1 = \rho_1 S_1 \Delta l_1 = \rho_1 S_1 v_1 \Delta t$.

$$E_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g h_1 = \frac{1}{2} \rho_1 v_1^3 S_1 \Delta t + \rho_1 v_1 S_1 g h_1 \Delta t, \quad (10.16)$$

Повна енергія цієї самої маси рідини, яка займає об'єм $CD D'C'$:

$$E_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} + m_2 g h_2 = \frac{1}{2} \rho_2 v_2^3 S_2 \Delta t + \rho_2 v_2 S_2 g h_2 \Delta t, \quad (10.17)$$

де $m_2 = \rho_2 S_2 \Delta l_2 = \rho_2 S_2 v_2 \Delta t$. Зростання енергії $\Delta E = E_2 - E_1$, тобто:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \rho_2 v_2^3 S_2 \Delta t + \rho_2 v_2 S_2 \Delta t h_2 g - \frac{1}{2} \rho_1 v_1^3 S_1 \Delta t - \rho_1 v_1 S_1 \Delta t h_1 g. \quad (10.18)$$

За законом збереження енергії робота ΔA дорівнює зміні енергії, тобто:

$$\Delta A = \Delta E. \quad (10.19)$$

Отже, підставивши всі вирази в (10.19), виконавши всі перетворення, ввівши позначення $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ і результат розділивши на $v_1 S_1 \Delta t = v_2 S_2 \Delta t = \Delta V$ (для стаціонарного потоку нестисливої рідини об'єми $AB B'A'$ і $CD D'C'$ будуть однакові), отримаємо:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2. \quad (10.20)$$

Оскільки перерізи AB і CD взято довільно, то для будь-якого перерізу трубки течії виконується умова:

$$\boxed{\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}}. \quad (10.21)$$

Рівняння (10.21) є **рівнянням Бернуллі для стаціонарного потоку ідеальної рідини** і виражає закон збереження енергії при усталеному (стаціонарному) русі. Це рівняння справедливе для будь-якого об'єму рідини, що рухається вздовж траєкторії його руху, яка і

є лінійкою течії. Величина $\frac{\rho v^2}{2}$ є питомою кінетичною енергією, тобто кінетичною енергією одиниці об'єму рідини, що рухається. Величина $\rho g h$ – питома потенційна енергія в полі тяжіння. Величина p – питома потенційна енергія сил тиску в рідині. Отже, при русі елементарного об'єму рідини відбувається неперервний перехід його енергії з однієї форми в іншу, але повна енергія цього об'єму залишатиметься сталою.

Експериментально доведено, що рівняння Бернуллі можна застосовувати і для реальних рідин, в'язкість яких невелика, а також для газів, швидкість руху яких значно менша від швидкості поширення в них звуку.

У рівнянні Бернуллі (10.21) тиск p називатимемо **статичним напором** (тиском), який вимірюють за допомогою манометричних трубок з перерізом, паралельним лінії течії. Скла-

дову $\frac{\rho v^2}{2}$ називатимемо **динамічним або швидкісним тиском** (напором), який вимірюють за допомогою манометричних трубок з перерізом, перпендикулярним до лінії течії. Величину

$\rho g h$ називають **гідрравлічним тиском** (напором). Суму $\frac{\rho v^2}{2} + p$ називатимемо **повним тис-**

ком, або **повним напором**, для вимірювання якого користуються **трубкою Піто**. Вона являє собою зігнуту манометричну трубку, яку розташовують у рухомій рідині так, що її відкритий кінець повернутий назустріч течії рідини [7]. Для вимірювання статичного тиску p користуються **зондом**. Він відрізняється від трубки Піто тим, що його передня частина, що повернута назустріч потоку рідини, запаяна, а боковий стінці є невеликий отвір [7]. На практиці трубку Піто і зонд суміщають в одному приладі, який називають **трубкою Прандтля** [7]. Про недоліки трубки Піто і переваги трубки Прандтля дізнається самостійно з [7].

Залежність тиску в рідині від її швидкості лежить в основі дії багатьох технічних пристроїв. Оскільки сума тиску і динамічного напору в потоці рідини стала, то в струмені тиск завжди менший, ніж у нерухомій рідині. При великих швидкостях тиск може стати меншим від атмосферного. Рідина, що протікає через вузьку частину трубки, перебуває у стані всебічного розтягу. Це явище застосовується у пульверизаторах, карбюраторах, водоструминних насосах та в інших приладах. При достатній швидкості течії повітря тиск у звуженій частині трубки буде меншим від атмосферного. Внаслідок цього рідина піднімається по вертикальній трубці вгору, оскільки тиск над її верхнім кінцем менший від атмосферного, який діє на вільну поверхню рідини в посудині. При подальшому збільшенні швидкості повітря в звуженій частині горизонтальної трубки рідина піднімається вище від верхнього перерізу вертикальної трубки, захоплюється струменем повітря і розпилюється. Подібні явища спостерігаються в карбюраторі [7, с.111].

Розглянемо окремі випадки [7]

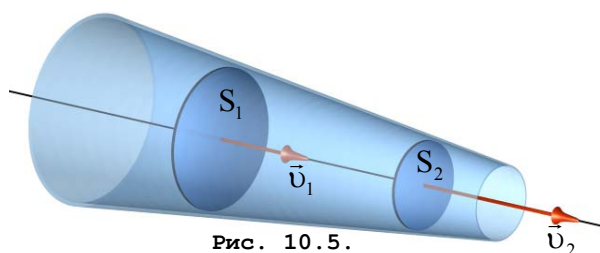


Рис. 10.5.

I ВИПАДОК. Нехай трубка течії має різні перерізи, але її вісь розташована горизонтально $h = \text{const}$ (рис. 10.5). Тоді рівняння (10.21) матиме вигляд:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}. \quad (10.22)$$

Звідси видно, що тиск більший там, де швидкість менша, тобто де більший переріз. Це пояснюється тим, що при переході рідини із широкої частини у вузьку швидкість рідини зростає, вона рухається з прискоренням. Поява прискорення зумовлена дією сили, напрям якої за другим законом Ньютона, збігається з напрямом прискорення. Оскільки ця сила зумовлена різницею тисків, то тиск більший у ширшій частині трубки течії.

II ВИПАДОК. Якщо ж $S_1 = S_2$ і $v_1 = v_2$ (або $v = 0$), рівняння Бернуллі матиме вигляд:

$$\rho g h_1 + p_1 = \rho g h_2 + p_2. \quad (10.23)$$

Звідси знайдемо різницю тисків:

$$\Delta p_0 = p_2 - p_1 = \rho g (h_1 - h_2). \quad (10.24)$$

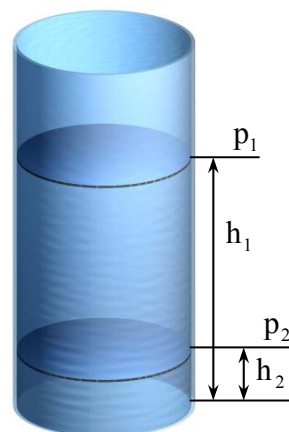


Рис. 10.6.

З рівності (10.24) випливає, що різниця тисків дорівнює гідростатичному тиску стовпа рідини висотою $(h_1 - h_2)$, тобто стовпа нерухомої рідини.

III ВПАДОК. Якщо ж $S_1 = S_2$ і $v_1 \neq v_2$, то в загальному випадку різниця тисків:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho g(h_1 - h_2) + \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2). \quad (10.25)$$

З формул (10.24) та (10.25) видно, що різниця тисків Δp_0 і Δp у нерухомій і рухомій рідині для перерізів, які розташовані на висотах h_1 і h_2 , неоднакові. У випадку, коли $S_1 = S_2$ і $v_1 \neq v_2$ - вираз (10.25) - різниця тисків більша на величину $\frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_2^2)$. Про реакцію рідини, що витікає читайте самостійно, наприклад, в [7].

3. ЛАМІНАРНА І ТУРБУЛЕНТНА ТЕЧІЇ

ЛАМІНАРНА ТЕЧІЯ

Під час вивчення руху рідин або газів спостерігаються два види їхнього руху: ламінарний і турбулентний. При ламінарному русі окремі шари рідини ненавчов ковають один відносно одного і не перемішуються. Швидкості частинок у будь-якому перерізі паралельні між собою. З цього випливає, що ламінарна течія є стаціонарною. Отже, **ламінарна течія** - це така течія, при якій частинки рідини рухаються вздовж прямолінійних траєкторій, паралельних осі труби, не перемішуючись. Ламінарну течію можна спостерігати у горизонтальній прозорій трубі, в якій з невеликою швидкістю рухається вода і на осі труби через тонку трубочку вводиться струмина забарвленої рідини [7,8].

РУХ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ [7-9,13]

На відміну від ідеальних рідин у **реальних рідинах** при русі одних шарів рідини відносно інших діють сили, які дотичні до площини дотикання шарів. Ці сили називають **силами в'язкого тертя** або силами в'язкості. Уявно потік можна поділити на нескінченну кількість шарів (рис. 10.7). При відносному переміщенні на кожний з шарів діють сили тертя. З боку шару, швидкість якого більша діє сила $\vec{F}_{тр}$ на шар, швидкість якого менша. Напрямок цієї сили збігається з напрямком руху рідини. З боку шару, швидкість якого менша, на шар, що рухається з більшою швидкістю, діє сила напрямлена у протилежний бік руху рідини

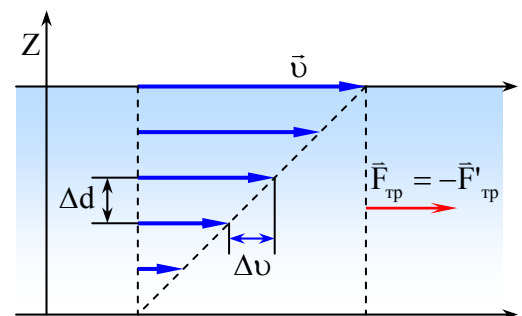


Рис. 10.7.

$\vec{F}'_{тр}$, тобто вона цей шар гальмує. Наявність сил в'язкості, що діють у рухомій рідині, підтверджуються дослідними даними.

Ньютон експериментально встановив, що сила в'язкого тертя F шарів рідини пропорційна площі поверхонь S цих шарів, відносної швидкості Δv течії шарів, і обернено пропорційна відстані Δd між цими шарами:

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta d}, \quad (10.26)$$

де η - коефіцієнт пропорційності, який залежить від природи і стану рідини. Його називають **динамічним коефіцієнтом внутрішнього тертя**, або **динамічним коефіцієнтом в'язкості** чи просто **в'язкістю**. У загальному випадку (векторному) **формула Ньютона** для сили в'язкості виглядає наступним чином:

$$\vec{F} = \eta \frac{dv}{dr} dS \frac{\vec{v}}{v}, \quad (10.27)$$

де dS - елемент поверхні шарів рідини, що стикаються, η - коефіцієнт в'язкості, r - модуль радіус-вектора $\vec{r}$. Отже, коефіцієнт в'язкості чисельно дорівнює силі, що діє

на одиницю поверхні шару рідини при градієнті швидкості в одиницю. Одиницею в'язкості є паскаль секунда (Па·с). Величина $\frac{dv}{dr}$ є модулем градієнта модуля швидкості і характеризує зміну швидкості в напрямі Z перпендикулярному шарам рідини. Отже, сила в'язкості пропорційна градієнту швидкості шарів рідини.

Із підвищенням температури динамічна в'язкість η рідин зменшується [8,13], а газів – збільшується, що вказує на відмінність механізмів внутрішнього тертя в цих середовищах.

Про закон зміни швидкості рідини із зміною відстані від осі труби, тобто про так звану **формулу Пуазейля**, дізнаєтеся самостійно, наприклад, з [7,13]. Доречі, формулу Пуазейля покладено в основу експериментальних установок для визначення в'язкості рідин та газів. Вона є справедливою лише для ламінарних потоків, до турбулентних потоків вона непридатна. Рух тіла шароподібної форми в рідині визначається **законом Стокса** [7,8,13], який ви досліджуєте під час лабораторної роботи 5.1.

ТУРБУЛЕНТНА ТЕЧІЯ

Із збільшенням швидкості руху характер течії істотно змінюється. Ламінарна течія стає нестійкою і переходить у турбулентний потік і з'являються завихрення. При **турбулентному** потоці частинки рідини здійснюють нерегулярні рухи по складних траєкторіях. Швидкості змінюються хаотично як за напрямом, так і за величиною. Тиск, густина і температура змінюється нерегулярно з часом. Внаслідок цього відбувається інтенсивне перемішування шарів рідини. Прикладами турбулентного руху є рух води в бурхливих гірських річках, рух диму, що виходить із труб тощо [7]. В турбулентних потоках часто виникають вихори. Великі вихори нестійкі і розпадаються на дрібніші більш стійкі. Незважаючи на те, що турбулентний потік за своїм змістом нестационарний, на практиці його умовно розглядають як стаціонарний потік з усередненими характеристиками [7,13].

Рух рідини можна характеризувати такими величинами:

- радіус-вектором $\vec{r}$ елементарних об'ємів (заданих точок рідини),
- швидкістю $\vec{v}$ потоку,
- характерним розміром l ,
- характерною швидкістю потоку v_0 ,
- густиною ρ ,
- в'язкістю η ,
- стисливістю або швидкістю $v_{\text{зв}}$ поширення звуку у рідині,
- Якщо сила тяжіння відіграє істотну роль, то для характеристики руху рідини беруть до уваги і прискорення вільного падіння $\vec{g}$.
- Якщо потік нестационарний, то для його характеристики вводять так званий характерний час τ , протягом якого відбуваються істотні зміни в потоці рідини.

Між величинами $\vec{r}$, $\vec{v}$, v_0 , l , ρ , η , $v_{\text{зв}}$, $\vec{g}$, τ повинен існувати **функціональний зв'язок**. З наведеної сукупності величин можна утворити шість безрозмірних величин:

$$1. \quad \frac{\vec{v}}{v_0}, \quad (10.28)$$

$$2. \quad \frac{\vec{r}}{l}, \quad (10.29)$$

$$3. \text{ Число Рейнольдса} \quad [13, \text{с.134}] \quad Re = \frac{\rho v_0 l}{\eta} = \frac{l v_0}{\nu}, \quad (10.30)$$

$$4. \text{ Число Фруда} \quad [13, \text{с.134}] \quad Fr = \frac{v_0^2}{gl}, \quad (10.31)$$

$$5. \text{ Число Маха} \quad [13, \text{с.134}] \quad M = \frac{v_0}{v_{\text{зв}}}, \quad (10.32)$$

$$6. \text{ Число Струхала} \quad [13, \text{с.134}] \quad S = \frac{v_0 \tau}{l}, \quad (10.33)$$

де в (10.30) $v = \frac{\eta}{\rho}$ - **кінематична в'язкість**, η - **динамічна в'язкість**.

Отже, з'ясуємо фізичний зміст чисел Рейнольдса і Фруда.

ЧИСЛО РЕЙНОЛЬДА. ЧИСЛО ФРУДА [7,9,13]

Для характеристики типу течії О.Рейнольдс розглянув відношення кінетичної енергії одиниці об'єму рідини (або обтічного тіла) до втрат енергії на подолання опору руху. Пояснення ідеї Рейнольдса описано у [9,с.257]. Отже, саме відношення кінетичної енергії руху до роботи сил опору і дасть безрозмірну величину, яку називають числом Рейнольдса - **Re**. Число **Re** визначає відносну роль інерції і в'язкості рідини під час течії. При великих числах Рейнольдса основну роль відіграє інерція, а при малих - в'язкість.

Число Фруда **Fr** за своїм порядком визначає відношення кінетичної енергії рідини до приросту енергії, зумовленої роботою сили тяжіння на шляху, що також дорівнює характерній довжині l . Відповідно при великих числах Фруда головну роль відіграє інерція, а при малих - тяжіння.

Течії подібні, якщо вони мають однакові числа Рейнольдса **Re** і Фруда **Fr**. Саме зараз у вас виникло доречне питання: до чого тут ці числа? Для вивчення руху тіл заданої геометричної форми в рідинах або газах на практиці часто проводяться дослідження з тілами подібної форми, але менших розмірів. А далі результати переносять на тіла більших розмірів. Для цього відповідним добором швидкості і густини слід досягти рівності чисел **Re** в обох випадках.

Як вже зазначалося, із збільшенням швидкості течії ламінарний рух переходить у турбулентний. Швидкість, при якій відбувається цей перехід, називатимемо **критичною**. Замість критичної швидкості користуються числом **Re**. Так, якщо за характерний розмір взяти радіус труби, то критичне значення числа **Re**, при якому ламінарний рух переходить у турбулентний, **Re_{кр}=1100**. При цьому немає значення, внаслідок чого число **Re** має таку величину - в результаті збільшення характерного розміру l , чи збільшення швидкості, чи зменшення в'язкості. Тому число **Re** може бути критерієм механічної подібності різних потоків.

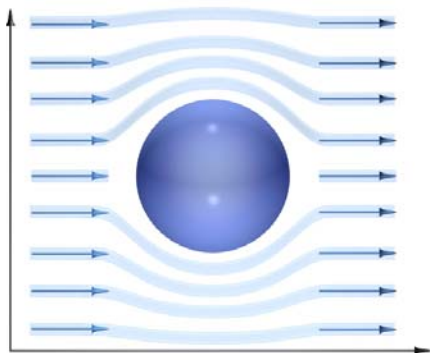


Рис. 10.8.

Критичне значення числа **Re**, при якому ламінарний рух переходить у турбулентний, визначається тільки експериментально. Число **Re** відіграє важливу роль у всіх кількісних дослідженнях потоків рідин і газів.

РУХ ТІЛ У РІДИНАХ І ГАЗАХ [7,9,13]

Однією з дуже важливих задач гідро- і аеродинаміки є дослідження руху твердих тіл в рідинах або газах, що зводиться до вивчення сил, з якими діє середовище на рухомі тіла. Актуальність цієї задачі зумовлена практикою корабле- і літакобудування, швидкість руху яких дедалі зростає.

Характер взаємодії між рідиною і тілом, розташованим у рідині, залежить від їхньої відносної швидкості. Сила, з якою діє рідина на тіло при їхньому відносному русі, залежить також від форми тіла і в загальному випадку буде напрямлена під деяким кутом до напрямку руху. Цю силу завжди можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові (рис. 10.11):

- Складову, що діє у напрямі потоку, називають **силою лобового опору**.
- Складову, що перпендикулярна до напрямку потоку, називають **підіймальною силою**.

На симетричні тіла, вісь симетрії яких збігається з напрямом потоку, діє сила лобового опору. Вона залежить від форми та розмірів тіл, швидкості потоку рідини та від її властивостей. Одного разу Ейлер (1707-1783) дійшов до парадоксального висновку: ідеальні рідини або

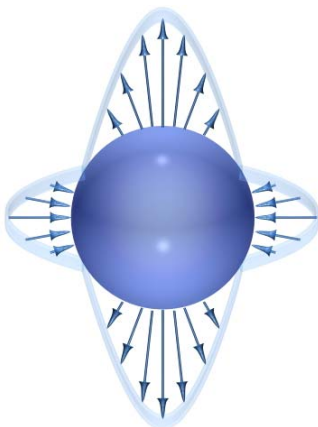


Рис. 10.9.

газ, в яких відсутнє тертя, повинні вільно обтікати тіло без обміну з ним енергією. Якщо тіло має симетричну форму, наприклад кулеподібного тіла, то обтікання стаціонарним потоком ідеальної рідини також буде симетричним (рис. 10.8): лінії течії поблизу поверхні кулі зазнають симетричних викривлень, але на достатній відстані від кулі потік знову є незбуреним. Відповідно до рівняння Бернуллі розподіл тисків буде симетричним – вздовж радіусів (рис. 10.9) і результуюча сила, що діє на поверхню кулі, дорівнюватиме нулю. Такий самий результат дістанемо і для тіл іншої симетричної форми. Отже, при розташуванні симетричних тіл у стаціонарному потоці ідеальної рідини сила лобового опору дорівнює нулю. До такого незвичайного висновку вперше дійшов Д'Аламбер, звідси назва – **парадокс Д'Аламбера**.

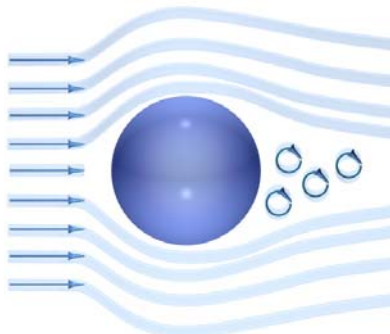


Рис. 10.10.

Інша картина спостерігається при обтіканні тіл реальними рідинами, які мають в'язкість (рис. 10.10). Такі рідини не можуть вільно ковзати по поверхні тіла. У цьому разі досить тонкий шар рідини „прилипає” до поверхні тіла і утворює **пограничний шар**, товщина якого визначається формулою:

$$\delta = \frac{l_{\parallel}}{\sqrt{Re}},$$

де $l_{\parallel}$ – повздовжні розміри тіла. Відносна швидкість цього шару дорівнює нулю. З віддаленням від поверхні тіла швидкість руху шарів зростає. Внаслідок наявності градієнта швидкості руху рідини біля поверхні тіла на нього діятиме

сила в'язкого тертя. Результуюча сила в'язкості, що діє на тіло, напрямлена вздовж потоку рідини. Дослід показує, що її величина пропорційна швидкості:

$$F_{\text{в'язкоті}} = C v, \quad (10.34)$$

де C – коефіцієнт, який залежить від в'язкості рідини η , розмірів і форми тіла, його орієнтації відносно потоку [7]. При товщині пограничного шару $\approx 0,01$ розмірів тіла, сили в'язкого тертя значно впливають на характер обтікання тіла рідиною. Лінії течії перестають замикатися за тілом, як це зображено на рис. 10.8, і відриваються від нього. За тілом утворюються **вихори**. Область за тілом, в якій утворюються вихори, різко відокремлюється від області регулярного потоку рідини, тому симетрії розподілу тиску (подібно до розподілу на рис. 10.8) немає.

Попереду тіла розподіл тиску залишається майже без змін, а в області вихорів буде менший і приблизно дорівнюватиме статичному тиску у стаціонарному потоці рідини. Внаслідок такого розподілу виникає результуюча дія сили тиску, яка напрямлена в бік потоку. Вона і є силою лобового опору. Оскільки попереду тіла тиск більший від тиску в

області вихорів на величину **динамічного напору**, тобто на величину $\frac{\rho v^2}{2}$, то сила лобового опору при вихроутворенні пропорційна густині рідини ρ , квадрату її відносної швидкості v та площі поперечного перерізу тіла S :

$$Q = C_1 \rho S v^2, \quad (10.35)$$

де C_1 – коефіцієнт пропорційності, який залежить від числа Re , форми тіла та його орієнтації у потоці рідини.

Отже, на тіло у рухомій рідині діють сили в'язкості і сили лобового опору. Сили в'язкості діють на бокову поверхню тіла, сили лобового опору – на поверхню тіла, на яку набігає потік рідини. Сили лобового опору виникають внаслідок того, що тіло яке омивається рідиною, змінює імпульс її елементів, тобто тіло діє з деякими силами на елементи рідини. За третім законом Ньютона, з боку рідини тіло зазнаватиме такої самої дії за величиною, але протилежною за напрямом. Сили в'язкості та сили лобового опору завжди діють одночасно на тіла, розташовані у рухомій рідині. Оскільки сили лобового опору пропорційні квадрату відносної швидкості, а сили в'язкості пропорційні першому степеню швидкості, то при досить малій відносній швидкості руху рідини відносно тіла переважатимуть сили в'язкості, а при великих швидкостях домінуючу роль відіграватимуть сили лобового опору. **Критерієм** того, яка із сил відіграватиме основну роль, є число Re . Якщо $Re < 1$, то основну роль відіграють сили в'язкості, при $Re > 1$ – сили лобового опору. При малих значеннях числа Re рух рідини в пограничному шарі буде ламінарним, а при зростанні числа Re ламінарна течія стає нестійкою і переходить у турбулентний потік.

Практично вся аеродинаміка має справу з випадками малої товщини пограничного шару [9]. За його межами вплив в'язкості майже непомітний, і характер течії можна описувати, користуючись рівнянням Бернуллі. Сили в'язкості гальмують шари рідини, які безпосередньо прилягають до поверхні тіла (пограничний шар). Якщо це гальмування значне, то (рис. 10.11) біля перерізу ВС може утворюватися відрив ліній течії (які розташовані за пограничним шаром) від самого пограничного шару. Лінії течії почнуть загинатися, проникати в область, яка прилягає до дочки D. Саме в цій області почнуть утворюватися вихори. Отже, і середнє значення тиску в цій області знизиться.

Такі вихори уносять імпульс та енергію, лобовий опір буде зростати. Окрім того, вихори мають момент імпульсу. Оскільки незбурений потік не мав моменту імпульсу, вихори повинні мати різні знаки, причому їх сумарний момент імпульсу дорівнює нулю.

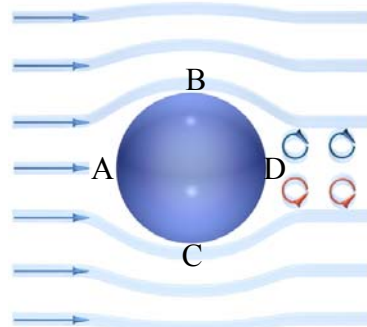


Рис. 10.11.

Утворення вихорів суттєво залежить від розмірів і форми тіла. Якщо є різкі зміни напрямку пограничних ліній тіла [9, с.262], вихори будуть відриватися і утворювати вихори протилежних знаків.

Позаду тіла вихори утворюють так званий „слід” (який ще називають доріжкою Кармана), протяжність якого може значно перевищувати розміри тіла. В межах цього сліду рух рідини турбулентний. Лобовий опір при цьому зростає, тому що вихори уносять кінетичну енергію.

ПІДІЙМАЛЬНА СИЛА КРИЛА ЛІТАКА [7-9,13]

Умови обтікання і вихроутворення суттєво залежать від форми тіла. Тому лобовий опір тіл однакового перерізу, але різної форми надто відрізняються один від одного. Внаслідок дії сил в'язкості при несиметричному обтіканні повітрям крила навколо нього виникає циркуляція повітря (рис. 10.12). Її називають **приєднаним вихором**. Ця циркуляційна течія додається до течії повітря назустріч крилу, в результаті чого швидкість повітря над крилом буде більша, ніж під крилом ($\vec{v}_\uparrow > \vec{v}_\downarrow$). У циркуляційному потоці частинки газу перебувають не в обертальному русі, а рухаються неначе поступально вздовж замкнутих траєкторій. Рівнодійна $\vec{R}$ сил лобового опору $\vec{Q}$ і підйімальної сили $\vec{F}_{\text{під}}$, α - **кут ата-**

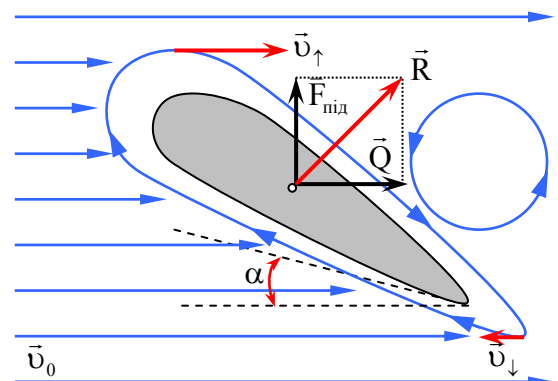


Рис. 10.12.

ки, швидкість незбуреного потоку $\vec{v}_0$ показані на рис. 10.12. Якщо ж потік набігає на тіло несиметрично, то може статися, що умови утворення вихорів одного знаку стануть більш кращими і їх кількість зросте. Отже, в такому випадку момент механічного імпульсу, який уноситься вихорами не буде дорівнювати нулю. Але, закон збереження моменту імпульсу повинен виконуватися. Тому виникають вихори протилежного знаку навколо самого тіла. Це призводить до перерозподілу тиску навколо тіла.

До зовнішнього потоку можна застосувати рівняння Бернуллі. З нього випливає, що при циркуляції повітря тиск над крилом зменшується, а під ним збільшується. Це зумовлює виникнення підйімальної сили крила, яка напрямлена вгору. Підймальна сила може бути напрямлена і вниз залежно від орієнтації крила відносно потоку повітря.

Вперше на цю важливу обставину вказав і ретельно вивчив **Н.Є.Жуковський**. Математичну теорію підйімальної сили крила саме він і розробив.

Ідея Жуковського полягала в наступному: якщо вибором форми тіла забезпечити відрив від нього вихорів одного певного знаку, які уносяться потоком, то навколо тіла повинен утворюватися вихор протилежного знаку (рис. 10.12). При такій формі крила літака, коли від нього відривається вихор повітря, для якого характерним є обертання проти годинникової стрілки, навколо крила (за законом збереження моменту імпульсу) виникає вихор протилежного знаку. Над крилом ця циркуляція повітря буде співпадати за напрямом із швидкістю повітря, що обтікає крило, а під крилом – напрямлена в протилежний бік. Тоді результуюча швидкість потоку над крилом буде більша ніж під крилом ($\vec{v}_\uparrow > \vec{v}_\downarrow$). Ця різниця швидкостей збільшує тиск на крило знизу, а зверху зменшує.

Отже, тиск під тілом є більшим, ніж над ним. Виникне додаткова **аеродинамічна сила**, яка має достатньо велику **підіймальну складову** $\vec{F}_{\text{під}}$.

Жуковський розробив спеціальний профіль крила літака, який забезпечує значно більшу підіймальну силу. За Жуковським, підіймальна сила, яка виникає при утворенні вихору, пропорційна швидкості незбуреного потоку $\vec{v}_0$ і циркуляції швидкості Γ вздовж контуру, проведеного навколо крила:

$$\oint (\vec{v}_0, d\vec{S}) = \oint (v_{0S}, dS) = \Gamma, \quad (10.36)$$

де, v_{0S} - проекція вектора швидкості незбуреного потоку на дотичну до елементу контуру dS . Вираз для підіймальної сили виведено в [7], і має наступний вигляд:

$$F_{\text{під}} = \rho l v_0 \Gamma, \quad (10.37)$$

де v_0 - швидкість незбуреного потоку (перед крилом), ρ - густина потоку, l - розмах крил літака. Формула (10.37) є формулою **Жуковського-Кутта**. Отже, підіймальна сила крила літака прямо пропорційна густині середовища, квадрату швидкості і куту атаки α . Для малих кутів атаки формула (10.37) добре узгоджується з дослідними даними.

Збільшення підіймальної сили $\vec{F}_{\text{під}}$ супроводжується і збільшенням лобового опору. Обидві ці сили пропорційні квадрату швидкості (10.35). Отже, потужність, необхідна для польоту в цих умовах, зростає як третя ступінь швидкості. Збільшення необхідної потужності потребує збільшення ваги двигуна. Тому отримати корисну потужність при великих швидкостях польоту дуже складно, хоча можливо.

Окрім того, вихроутворення починається лише при достатньо великій швидкості, тому літак повинен мати її при зльоті та при посадці. Ось чому довжина злітної смуги повинна бути значною, що потребує великих втрат.

Майже для всіх сучасних літаків, які літають із швидкістю понад швидкості звуку (приблизно 1200 км/год), використовується ідея Жуковського.

Гелікоптери, т.т. апарати з додатковим горизонтальним гвинтом, можуть злітати та садитися при майже нульовій горизонтальній швидкості, можуть „зависати” в повітрі на певній висоті над землею поверхнею. Але при горизонтальному польоті їх швидкість невелика, тому гелікоптери не можуть замінити літаків, вони лише доповнюють їх.

При горизонтальному польоті літака із постійною швидкістю динаміка майже нескладна: сила тяги гвинта або турбіни, яка виникає при відкиданні ними повітря, зрівноважує силу лобового опору. Підіймальна сила зрівноважує силу тяжіння, що діє на літак.

Змінюючи орієнтацію рулів та закрилків (рухомих частин на краях крил), можна змінювати в польоті співвідношення діючих сил і регулювати режим польоту.

Літаки літають „спираючись” на повітря. Ракети, що рухаються за рахунок ефекту віддачі, не потребують повітря як опори, а тому можуть літати на дуже великих висотах і навіть у космосі. Аеродинаміка при великих (надзвукових) швидкостях суттєво відрізняється від розглянутих процесів. Для її розуміння необхідне знання термодинаміки. Тому особливості руху із надзвуковою швидкістю ми розглянемо дещо пізніше.

Завдяки результатам дослідів Жуковського і ефекту Магнуса [9, с.263] можливо утримувати кульку у струмені води або повітря.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982.–448 С.
2. Храмов Ю.А. Физики: биографический справочник.–К.: Наукова думка,1977.–511 С.
3. Акоста В., Кован К., Грэм В. Основы современной физики / Пер. с англ. – М.: Просвещение, 1981. – 495 с.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х томах. Т.1. Механика. Молекулярная физика.– М.: Наука, 1987. – 432 с.
5. Савельев И.В. Курс физики. В 3-х томах. Т.1. Механика. Молекулярная физика.– М.: Наука, 1989. – 352 с.
6. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. У 2-х кн. Кн.1. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. – К.: Либідь, 2001. – 448 с.
7. Душенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика: у 3-х кн. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Вища шк., 1995. – 431 с.
8. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. В 3-х томах. – М.: Наука, 1974.
9. Гершензон Е.М., Малов Н.Н. Курс общей физики. Механика. – М.: Просвещение, 1987. – 307 С.

- 10.** Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. В 10-ти томах. – М.: Мир.
- 11.** Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. БКФ. Механика. – М.: Наука, 1975. – 480 С.
- 12.** Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высш. шк., 1989. – 608 с.
- 13.** Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики. Справочник. – Киев: Наук. думка, 1989. – 864 с.
- 14.** Иродов И.Е. Основы классической механики. – М.: Высш. шк.
- 15.** Голдстейн Г. Классическая механика.