

Приклади розв'язування задач на закон Архімеда

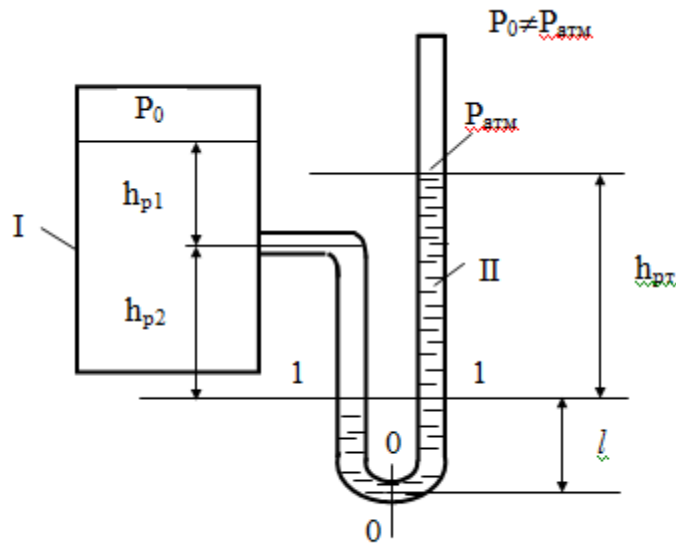


Рисунок 2.1

Задача 1. Посудина I заповнена водою (рис.2.1). Над вільною поверхнею води абсолютний тиск P_0 . Диференційний манометр (ДМ) підключений до посудини I, залитий ртуттю, $\rho_{\text{рт}} = 13600 \text{ кг/м}^3$. З боку посудини в ДМ над ртуттю знаходиться вода. В трубці, що сполучається з атмосферою, над рівнем ртуті – повітря.

Дано: $h_{p1} = 1,0 \text{ м}$; $h_{p2} = 0,9 \text{ м}$; $h_{\text{рт}} = 680 \text{ мм.рт.стопва}$; барометричний тиск $B = 743 \text{ мм.рт.стопва}$.

Знайти абсолютний тиск P_0 над вільною поверхнею води в посудині I.

Розв'язок:

В перерізі 0-0 абсолютний тиск зліва дорівнює

$$P_{o-o} = P_0 + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot l;$$

з права

$$P_{o-o} = P_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h_{\text{рт}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot l.$$

Рідина знаходиться в спокої. Тиски P_{o-o} зліва і з права рівні між собою, отже

$$P_0 + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot l = P_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h_{\text{рт}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot l.$$

або

$$P_0 + \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}) = P_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h_{\text{рт}}.$$

З останнього виразу

$$P_0 = P_{\text{атм}} + \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot (h_{p1} + h_{p2}),$$

$$\text{де } P_{\text{атм}} = \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot B.$$

$$P_0 = 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,743 + 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,68 - 998 \cdot 9,8 (1,0 + 0,9) = 171074 \text{ Па}.$$

Задача 2. Дві посудини I і II заповнені відповідно рідиною P_1 і P_2 . До них підключений диференційний манометр згідно схеми (рис.2.2), який залитий

ртуттю. Над ртуттю з боку I-ої посудини знаходиться рідина P_1 , з боку II-ої посудини – P_2 . Над вільною поверхнею в посудині I абсолютний тиск P_{01} , в посудині II – P_{02} .

Дано: $P_{02}=80$ кПа; $h_{p1}=1,6$ м; $h_{p2}=4,2$ м; $h_{рт}=0,96$ м; P_1 – вода; P_2 – бензин.

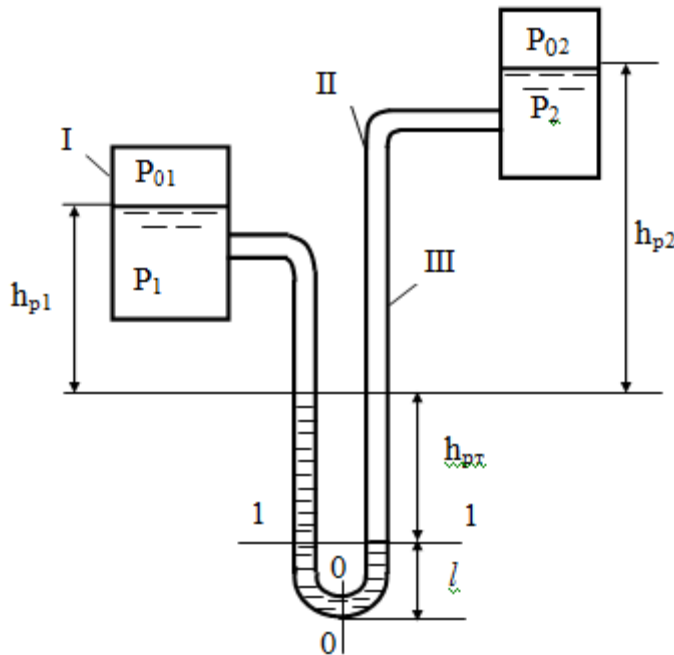


Рисунок 2.2

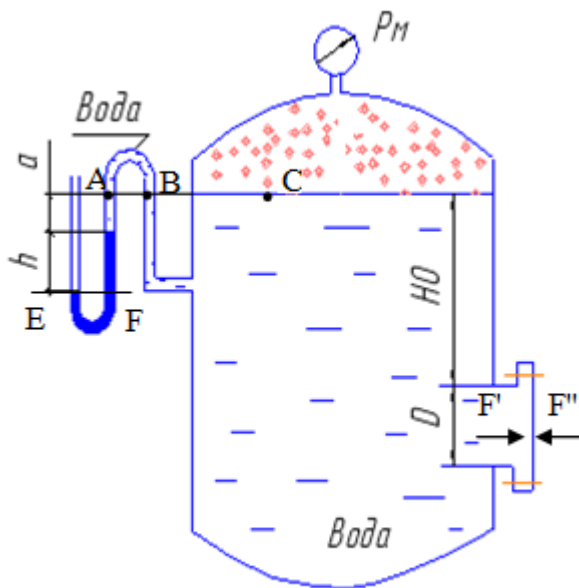


Рисунок 2.3

Визначити абсолютний тиск над вільною поверхнею в посудині I P_{01}
Розв'язок:

В перерізі 0-0 абсолютний тиск зліва P_{0-0} дорівнює

$$P_{0-0} = P_{01} + \rho_{s1} \cdot g \cdot h_{p1} + \rho_{s0} \cdot g \cdot h_{p0} + \rho_{s0} \cdot g \cdot l;$$

з права

$$P_{0-0} = P_{02} + \rho_{s2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{p0}).$$

Тиски P_{0-0} зліва і з права рівні між собою за величиною, оскільки рідина знаходиться в рівновазі. Отже

$$P_{01} + \rho_{s1} \cdot g \cdot h_{p1} + \rho_{s0} \cdot g \cdot h_{p0} + \rho_{s0} \cdot g \cdot \ell =$$

$$= P_{02} + \rho_{s2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{p0}) + \rho_{s0} \cdot g \cdot \ell.$$

звідкіля

$$P_{01} = P_{02} + \rho_{s2} \cdot g \cdot (h_{p2} + h_{p0}) - \rho_{s1} \cdot g \cdot h_{p1} + \rho_{s0} \cdot g \cdot h_{p0} =$$

$$= 80000 + 730 \cdot 9,8 \cdot (4,2 + 0,96) - 998 \cdot 9,8 \cdot 1,6 - 13560 \cdot 9,8.$$

Задача 3. Визначити силу тиску рідини (води) на кришку люка (рис. 2.3) з діаметром $D = 1200$ мм, що занурена на глибину $H_0 = 1,7$ м, у наступних двох випадках:

- показання манометра $P_M = 0,12$ МПа
- показання ртутного вакуумметра $h = 60$ мм, $a = 0,3$ м.

Розв'язок:

На рисунку представлена розрахункова схема. Задача по суті складається з двох самостійних задач. В першому варіанті 1) до уваги приймаються лише показання манометра P_M і не враховуються показання ртутного вакуумметра. В другому варіанті 2) – навпаки.

Варіант 1. З табл. А.1.4 визначаємо густину води і ртуті $\rho_v = 1000$ кг/м³; $\rho_{рт} = 13600$ кг/м³.

Абсолютний тиск в газовому просторі ємності, тобто над вільною поверхнею води, Па

$$P_{\text{абс}}^{\text{в.і.}} = P_{\text{абс}}^{\text{в.і.}} + P_i = 9,81 \cdot 10^4 + 0,12 \cdot 10^6 = 218100,$$

де $P_{\text{атм}}$ – атмосферний тиск, приймаємо $P_{\text{атм}} = 9,81 \cdot 10^4$ Па.

Абсолютний тиск в центрі кришки люка, Па

$$P_{\text{абс}}^{\text{с.к.}} = P_{\text{абс}}^{\text{в.і.}} + \rho_v \cdot g \cdot (H_0 + D/2) = 218100 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,7 + 1,2/2) = 240663.$$

Гідростатична сила, яка діє із середини ємності на кришку люка, Н

$$F' = P_{\text{абс}}^{\text{с.к.}} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 240663 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 272045.$$

Ззовні на кришку діє атмосферний тиск, результуюча сила його дії, Н

$$F'' = P_{\text{абс}}^{\text{в.і.}} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 110892.$$

Сили F' і F'' направлені протилежно. Результуюча сила дії на кришку люка двох сил F' і F'' дорівнює, Н

$$F = F' - F'' = 272045 - 110892 = 161153.$$

Варіант 2. Знаходимо гідростатичний тиск (в Па) на вільній поверхні води в ємності за показаннями ртутного вакуумметра. Приймаємо до уваги, що тиск в перерізі А, В і в вільній поверхні води (точка С) в ємності буде

однаковий $P_{абс}^C$. Це просто довести застосувавши основне рівняння гідростатики $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$. Тиск в перерізах Е і F трубок ртутного дифманометра однаковий і дорівнює атмосферному.

Таким чином абсолютний тиск на вільній поверхні води в ємності визначаємо із рівняння, Па

$$P_F = P_{абс}^C + \rho_{рт} \cdot g \cdot h + \rho_B \cdot g \cdot a,$$

звідки

$$P_{абс}^N = P_F - (\rho_{рт} \cdot g \cdot h + \rho_B \cdot g \cdot a) = \\ = 98100 - (13600 \cdot 9,81 \cdot 0,06 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,3) = 87163.$$

Над вільною поверхнею в даному випадку буде мати місце розрідження.

Абсолютний тиск в центрі кришки люка, Па

$$P_{абс}^{д.д.} = P_{абс}^C + \rho_B \cdot g \cdot (H_0 + D/2) = \\ = 87163 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,7 + 1,2/2) = 109703.$$

Гідростатична сила, яка діє із середини ємності на кришку люка, Н

$$F' = P_{абс}^{ц.к.л.} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 109703 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 124008.$$

Ззовні на кришку діє атмосферний тиск, результуюча сила його дії, Н

$$F'' = P_{атм} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} = 110892.$$

Сили F' і F'' направлені протилежно. Результуюча сила дії на кришку люка двох сил F' і F'' дорівнює, Н

$$F = F' - F'' = 116153 - 110892 = 13116.$$