Вказівки до вирішення задач

1. При розв’язуванні задач по гідростатиці перш за все необхідно засвоїти і чітко розрізняти такі поняття як тиск p і сила тиску F. Дана практична робота присвячена вирішенню задач на визначення тиску.
2. При вирішенні задач на визначення тиску в тій чи іншій точці нерухомої рідини слід користуватися основним рівнянням гідростатики.
3. Використовуючи рівняння слід мати на увазі, що другий член в правій частині цього рівняння може бути як додатнім, так і від’ємним, що очевидно, адже при збільшенні глибини тиск зростає, а при піднятті – зменшується.
4. Необхідно твердо розрізняти тиск абсолютний, надлишковий і вакуум і обов’язково знати зв’язок між тиском, питомою вагою і висотою, що відповідають цьому тиску.
5. В задачах на відносний спокій рідини в загальному випадку слід враховувати дію двох масових сил: сили тяжіння і сили інерції переносного руху.
6. Якщо кутова швидкість обертання посудини достатньо велика, то силою тяжіння можна знехтувати і враховувати лише сили інерції.

Приклади розв’язку задач

Приклад 1. Обчисліть різницю тиску у резервуарах *A* і *B* (рис. 2.4), заповнених водою. Різниця рівнів ртуті в диференціальному манометрі $h = 50\,мм$. Питома маса ртуті $\rho_2 = 13000\frac{кг}{м^3}$, води $\rho_1 = 1000\frac{кг}{м^3}$.

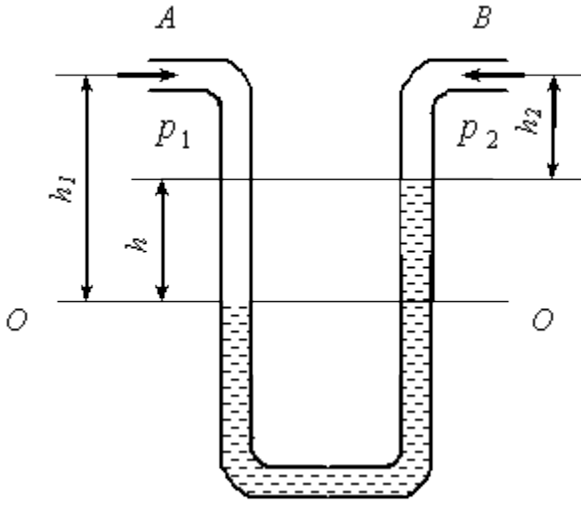

Рис. 2.4.

Розв'язання:

Дано:

$h = 50\ мм = 0,05\ м$

$\rho_1 = 1000\ \frac{кг}{м^3}$

$\rho_2 = 13600\ \frac{кг}{м^3}$

$\Delta p - ?$

1. Запишемо основне рівняння гідростатики щодо нижнього рівня *O-O* для лівого коліна:

$$p = p_1 + \rho_1 g h_1. \qquad (1)$$

2. Запишемо основне рівняння гідростатики щодо нижнього рівня *O-O* для правого коліна:

$$p = p_2 + \rho_1 g h_2 + \rho_2 g h \qquad (2)$$

3. Прирівнявши праві частини рівнянь (1) і (2) отримаємо:

$$p_1 + \rho_1 g h_1 = p_2 + \rho_1 g h_2 + \rho_2 g h$$

Звідки

$$\Delta p = p_1 - p_2 = g h (\rho_2 - \rho_1)$$

$$\Delta p = 9,81 \cdot 0,05 \cdot (13600 - 1000) = 6180,3 \quad Па.$$

Відповідь: $6180,3\ Па$

Приклад 2. Закритий резервуар заповнено водою до висоти $h_2 = 50 \quad см$ а вище – до висоти $h_1 = 30\ см$, – маслом з питомою масою $800\ \frac{кг}{м^3}$.

Визначити повний тиск на поверхні масла, якщо рівень ртуті в трубці (рис. 2.5) нижчий від рівня масла в резервуарі на $h = 40\ см$.

Розв'язання:

Дано:

$h_2 = 50\ см = 0,5\ м$

$h_1 = 30\ см = 0,3\ м$

$h = 40\ см = 0,4\ м$

$\rho_1 = 800\ \frac{кг}{м^3}$

$\rho_2 = 1000\ \frac{кг}{м^3}$

$\rho_3 = 13600\ \frac{кг}{м^3}$

$g = 9,81\ \frac{м}{с^2}$

$p_{атм} = 98000\ Па$

$p_{абс} - ?$

1. Запишемо основне рівняння гідростатики щодо нижнього рівня *O-O* для баку, заповненого водою і маслом:

$$p = p_{абс} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 \qquad (1)$$

2. Запишемо основне рівняння гідростатики щодо нижнього рівня *O-O* для трубки з ртуттю:

$$p = p_{атм} + \rho_3 g h' \qquad (2)$$

де $h' = h_1 + h_2 - h$

3. Прирівнявши праві частини рівнянь (1) і (2) отримаємо:

$$p_{абс} + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = p_{атм} + \rho_3 g (h_1 + h_2 - h)$$

Звідки

$$p_0 = p_{атм} + \rho_3 g (h_1 + h_2 - h) - \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2$$

$$p_0 = 98100 + 13600(0,3 + 0,5 - 0,4) - 800 \cdot 9,81 \cdot 0,3 - $$
$$- 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,5 = 144207 \quad Па$$

Відповідь: 144207 $Па$

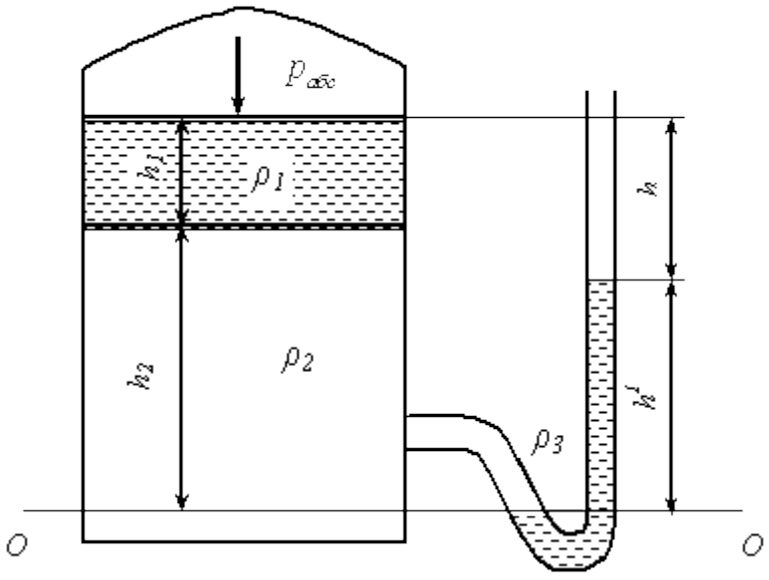

Рис.2.5.

Приклад 3. Визначити надлишковий тиск в трубі *B*, якщо покази манометра $p_м = 0,025\ МПа$, з'єднувальна трубка заповнена водою і повітрям, як показано на рис. 2.6, причому $H_1 = 0,5\ м,\ H_2 = 3\ м,\ H_3 = 5\ м.$ Як зміняться покази манометра, якщо при тому ж тиску в трубі всю з'єднувальну трубку заповнити водою.

Розв'язання:

Дано:

$p_м = 0,025\ МПа = 25000\ Па$

$H_1 = 0,5\ м$

$H_2 = 3\ м$

$H_3 = 5\ м$

$\rho = 1000\ \frac{кг}{м^3}$

$g = 9,81\ \frac{м}{с^2}$

$p_B - ?$

$p_м - ?$

1. Визначимо тиск в точці *1* рідини:

$$p_1 = p_м - \rho g H_1$$

2. Тиск з точки *1* передається в точку *2* $p_2 = p_1$

. 3. Тиск в трубі *B* визначимо з основного рівняння гідростатики:

$$p_B = p_2 + \rho g H_2 = p_м + \rho g (H_2 - H_1)$$

$$p_B = 25000 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (3 - 0,5) = 49525\ Па \approx 0,05\ МПа$$

4. Визначимо тиск $p_м$ при випущеному повітрі:

$$p_м = p_B - \rho g H_3$$

$$p_м = 49525 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 = 475\ Па$$

Відповідь: $0,05\ МПа,\ \ 475\ Па.$

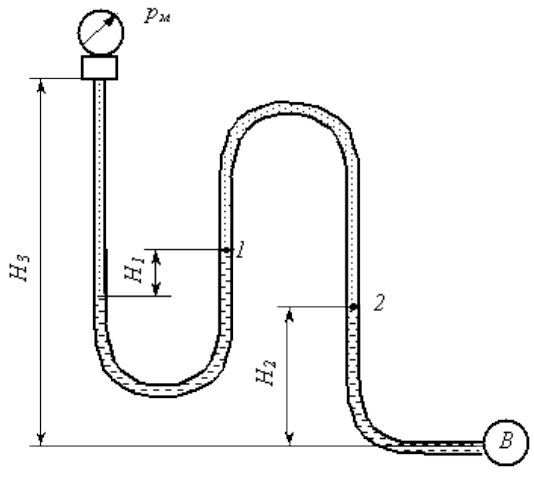

Рис. 2.6.

Приклад 4. В U-подібну трубку налито воду і бензин (рис. 2.7). Визначити питому масу бензину, якщо $h_б = 500\ мм,\quad h_в = 350\ мм$

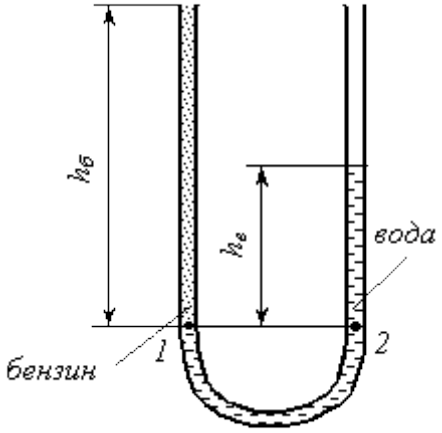

Рис. 2.7.

Розв'язання:

Дано:

$h_б = 500\ мм = 0,5\ м$

$h_в = 350\ мм = 0,35\ м$

$\rho_в = 1000\ \frac{кг}{м^3}$

$g = 9,81\ \frac{м}{с^2}$

$\rho_б - ?$

1. Запишемо основне рівняння гідростатики для точки *1*: $p_1 = p_{атм} + \rho_б g h_б$

2. Запишемо основне рівняння гідростатики для точки *2*: $p_2 = p_{атм} + \rho_в g h_в$

3. Так як $p_1 = p_2$, то:

$$\rho_б = \rho_в \frac{h_в}{h_б}$$

$$\rho_б = 1000 \cdot \frac{0,35}{0,5} = 700\ \frac{кг}{м^3}$$

Відповідь: $700\ \frac{кг}{м^3}$

Приклад 5. Корона масою 14,7 *кг* має під водою вагу, що відповідає масі 13,4 *кг*. Визначте, чи корона золота. Питома маса золота $\rho_з = 19300\ \frac{кг}{м^3}$

Розв'язання:

Дано:

$m_1 = 14,7\ кг$

$m_2 = 13,4\ кг$

$\rho_з = 19300\ \frac{кг}{м^3}$

$\rho_к - ?$

1. Вага тіла, зануреного у воду

$$G_2 = G_1 - F_a, \qquad (1)$$

де G_1, G_2 – відповідно вага тіла на повітрі і у воді.

2. Вага тіла

$$G_1 = \rho_к g V. \qquad (2)$$

3. Сила Архімеда

$$F_a = \rho g V, \qquad (3)$$

де $\rho = 1000\ \frac{кг}{м^3}$ – питома маса води.

4. Враховуючи (1)-(3) відношення

$$\frac{G_1}{G_1 - G_2} = \frac{G_1}{F_a} = \frac{\rho_к g V}{\rho g V} = \frac{\rho_к}{\rho}.$$

Звідки

$$\rho_к = \rho \frac{m_1 g}{m_1 g - m_2 g} = \rho \frac{m_1}{m_1 - m_2}.$$

$$\rho_к = \frac{14,7}{14,7 - 13,4} \cdot 1000 = 11310\ \frac{кг}{м^3} < 19300\ \frac{кг}{м^3}$$

Отже, корона виготовлена не з золота.

Відповідь: корона не золота.

Приклад 6. Обчисліть частоту обертання циліндричної посудини висотою $H_0 = 1,2\ м$ і діаметром $D = 0,8\ м$, заповненої рідиною до висоти $H_0 / 2$, при якій рідина підніметься до країв посудини (рис. 2.8).

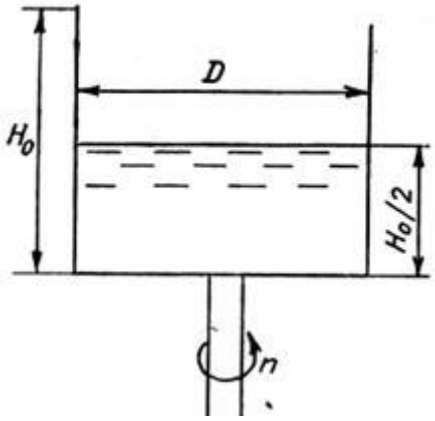

Рис. 2.8.

Розв'язання:

Дано:

$H_0 = 1,2 м$

$D = 0,8 м$

$H = \frac{H_0}{2}$

$n - ?$

1. Рівняння поверхні рівня має вигляд

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g},$$

де z – координата будь-якої точки поверхні на відстані r від осі.

При $r = D/2$

$$z = H_0 = \frac{\omega^2 D^2}{8g} \qquad (1)$$

2. Кутова швидкість залежить від частоти обертання

$$\omega = 2\pi n. \qquad (2)$$

3. З (2) враховуючи (3) отримаємо

$$n = \frac{1}{\pi D}\sqrt{2gH_0}.$$

$$n = \frac{1}{\pi \cdot 0,8}\sqrt{2 \cdot g \cdot 1,2} = 1,93 c^{-1}.$$

Відповідь: $1,93 c^{-1}$.