

Енергія. Закон збереження енергії.

Розв'яжемо задачу разом.

Задача 1

Камінь кинули вертикально вгору зі швидкістю 10 м/с. На якій висоті кінетична енергія каменя дорівнюватиме його потенціальній енергії?

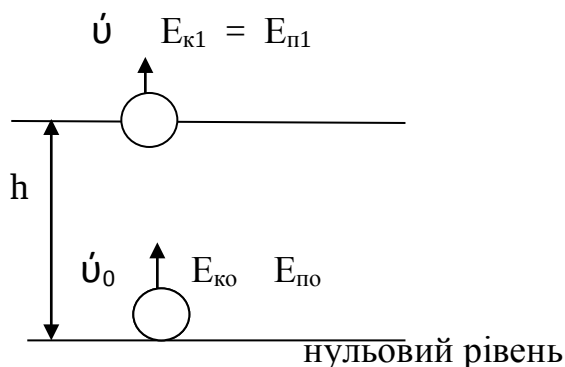
Дано:

$$\dot{u} = 10 \text{ м/с}$$

$$E_k = E_p$$

$h - ?$

Розв'язання:



Позначимо кінетичну й потенціальну енергію каменя в момент кидання енергію E_{k0} й E_{p0} відповідно, а на висоті h - E_{k1} й E_{p1} . Тоді відповідно до закону збереження енергії: $E_{k0} + E_{p0} = E_{k1} + E_{p1}$

На висоті h відповідно до умови $E_{k1} = E_{p1}$. Зважаючи на це, перепишемо закон збереження енергії в такий спосіб:

$$E_{k0} + E_{p0} = E_{k1} + E_{p1} = 2 E_{p1}$$

$$E_{k0} = m \dot{u}_0^2 / 2 \quad E_{p0} = 0 \text{ (потенціальна енергія на нульовому рівні)}$$

$$E_{p1} = 2mgh \quad \text{Отримаємо: } m \dot{u}_0^2 / 2 + 0 = 2mgh \quad \text{або : } \dot{u}_0^2 = 4gh$$

$$\text{Звідси отримаємо висоту: } h = \dot{u}_0^2 : 4g$$

$$\text{Перевіримо одиниці вимірювання: } [h] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} : \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{с}^2}{\text{м}} = \text{м}$$

$$\text{Обчислимо висоту: } h = \frac{100}{4 \cdot 10} = 2,5 \text{ м}$$

Відповідь: $h = 2,5 \text{ м}$

Задача 2

Стріла вилітає зі спортивного лука вертикально вгору зі швидкістю 40 м/с. На яку висоту підніметься стріла, якщо її маса 250 г?

Дано:	СІ	Розв'язання:
$\dot{u}_0 = 40 \text{ м/с}$		У момент вильоту стріла має кінетичну енергію:
$m = 250 \text{ г}$	$= 0,25 \text{ кг}$	$E_{\text{ко}} = m \dot{u}_0^2 / 2$ Потенціальна енергія відносно
$h - ?$		землі дорівнює 0. Внаслідок підняття стріли на висоту h , кінетична енергія стріли перетвориться у потенціальну енергію тіла, піднятого над землею на висоту $E_{\text{п}} = mgh$

За законом збереження енергії $E_{\text{ко}} + E_{\text{по}} = E_{\text{к1}} + E_{\text{п1}}$

$$\text{або } E_{\text{ко}} + 0 = 0 + E_{\text{п1}}$$

$$m \dot{u}_0^2 / 2 = mgh, \text{ скоротивши на } m$$

$\dot{u}_0^2 / 2 = gh$, отримаємо формулу для обчислення висоти h $\dot{u}_0^2 = 2gh$ $h = \dot{u}_0^2 : 2g$ Як бачимо з формули, висота підняття стріли на висоту h від маси не залежить.

Обчислимо висоту: $h = 40^2 : 20 = 80 \text{ м}$

Відповідь: 80 м

Задача 3

Тіло вільно падає з висоти 10 м. Яка його швидкість на висоті 6 м над поверхнею землі? Яка його швидкість у момент падіння на землю?

Дано:	Розв'язання:
$h_1 = 10 \text{ м}$	На висоті 10 м тіло має потенціальну енергію: $E_{\text{п1}} = mgh_1$
$h_2 = 6 \text{ м}$	Кінетична енергія на цій же висоті відносно землі дорівнює 0.
$\dot{u}_0 = 0$	Внаслідок падіння на висоті 6 м тіло буде мати потенціальну
$\dot{u}_1 - ?$	енергію $E_{\text{п2}} = mgh_2$ та кінетичну енергію $E_{\text{к2}} = m \dot{u}_1^2 / 2$
$\dot{u}_2 - ?$	За законом збереження енергії $E_{\text{к1}} + E_{\text{п1}} = E_{\text{к2}} + E_{\text{п2}}$

$$\text{або } 0 + mgh_1 = mgh_2 + m \dot{u}_1^2/2$$

$$\text{Скоротивши на } m, \text{ отримуємо } gh_1 = gh_2 + \dot{u}_1^2/2$$

Отримаємо формулу для обчислення швидкості тіла на висоті h_2 :

$$\dot{u}_1^2/2 = gh_1 - gh_2$$

$$\dot{u}_1^2 = 2g(h_1 - h_2) \quad \dot{u}_1 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (1)$$

Знайдемо швидкість тіла $\dot{u}_2$ у момент падіння. Врахувавши, що в момент падіння потенціальна енергія дорівнюватиме 0, а кінетична $E_{к3} = m \dot{u}_2^2/2$, запишемо закон збереження енергії $E_{к1} + E_{п1} = E_{к3} + E_{п3}$

$$\text{або } 0 + mgh_1 = 0 + m \dot{u}_2^2/2$$

$$mgh_1 = m \dot{u}_2^2/2$$

$$gh_1 = \dot{u}_2^2/2$$

$$2gh_1 = \dot{u}_2^2 \quad \dot{u}_2 = \sqrt{2gh_1} \quad (2)$$

Обчислимо швидкості тіла на висоті 6 м та в момент падіння за формулами 1 і 2:

$$\dot{u}_1 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot (10 - 6)} = 8,8 \text{ м/с}$$

$$\dot{u}_2 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 10} = 14 \text{ м/с}$$

Відповідь: 8,8 м/с; 14 м/с

Задача 4

Камінь масою 0,5 кг, зісковзнувши по похилій площині з висоти 3 м, у основи набув швидкості 6 м/с. Визначте роботу сили тертя.

Дано:

Розв'язання:

$$m = 0,5 \text{ кг}$$

$$h = 3 \text{ м}$$

$$\dot{u} = 6 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$A_F - ?$$

Розглянемо, які перетворення енергії відбуваються з тілом під час зісковзування з похилої площини. На висоті 3 м тіло має потенціальну енергію $E_{п1} = mgh_1$, кінетична енергія дорівнює 0.

Внаслідок руху тіла вздовж похилої площини частина потенціальної енергії витрачається на виконання роботи по передоланню сили тертя A_F та частково перетворюється в кінетичну енергію руху тіла. Запишемо закон збереження енергії для даного випадку:

$$E_{k1} + E_{п1} = E_{k2} + A_F,$$

$$\text{або} \quad 0 + mgh = m \dot{u}^2/2 + A_F$$

Виведемо формулу для обчислення роботи сили тертя:

$$A_F = mgh - m \dot{u}^2/2 = m (gh - \dot{u}^2/2)$$

Перевіримо одиниці вимірювання: $[A_F] = \text{кг} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \text{м} - \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right) = \text{кг} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Н м} = \text{Дж}$

Обчислимо роботу сили тертя: $A_F = 0,5 (10 \cdot 3 - 6^2/2) = 6 \text{ Дж}$

Відповідь: 6 Дж

Задача 5

За допомогою підйомника металевий вантаж масою 800 кг підняли на висоту 6 м, а потім дали йому вільно впасти. Унаслідок удару металевого вантажу об верхній кінець палі, вона заглибилась в ґрунт на 30 см. Визначте силу опору ґрунту.

Дано:

Розв'язання:

$$m = 800 \text{ кг}$$

$$h_1 = 6 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$h_2 = 0,3 \text{ м}$$

$$F_{\text{оп}} - ?$$

Розглянемо, які перетворення енергії відбуваються з металевим вантажем. На висоті 6 м вантаж має потенціальну енергію $E_{п1} = mgh_1$. Кінетична енергія вантажу дорівнює 0. Внаслідок падіння вантажу його потенціальна енергія спочатку перетворюється у кінетичну, а кінетична енергія

витрачається на виконання роботи по передоланню сили опору A_F .

Запишемо закон збереження енергії для даного випадку:

$$E_{k1} + E_{п1} = E_{k2} + A_F,$$

$$\text{або } 0 + mgh_1 = A_F$$

Роботу сили опору знайдемо за формулою: $A_F = F_{\text{оп}} \cdot h_2$

$$mgh_1 = F_{\text{оп}} \cdot h_2$$

Виведемо формулу для обчислення сили опору:

$$F_{\text{оп}} = mgh_1 : h_2$$

Перевіримо одиниці вимірювання: $[F_{\text{оп}}] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} : \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} : \text{м} = \text{Н}$

Обчислимо силу опору: $F_{\text{оп}} = 800 \cdot 10 \cdot 6 : 0,3 = 160\,000 \text{ Н} = 160 \text{ кН}$

Відповідь: 160 кН

Задача 6

Яка потенціальна енергія розтягнутої пружини, якщо її розтягли на 4 см і, щоб тримати пружину в розтягнутому стані, треба прикладати силу 60 Н?

Дано:

Розв'язання:

$$F = 60 \text{ Н}$$

$$x = 0,04 \text{ м}$$

$$E_{\text{п}} - ?$$

Потенціальну енергію розтягнутої пружини знайдемо за формулою $E_{\text{п}} = kx^2 / 2$

Коефіцієнт жорсткості пружини знайдемо за законом Гука:

$$F = kx, \quad k = \frac{F}{x}; \quad \text{підставивши у формулу потенціальної}$$

$$\text{енергії, отримаємо: } E_{\text{п}} = \frac{F x}{2}$$

Перевіримо одиниці вимірювання: $[E_{\text{п}}] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$

Обчислимо силу опору: $E_{\text{п}} = \frac{60 \cdot 0,04}{2} = 1,2 \text{ Дж}$

Відповідь: 1,2 Дж