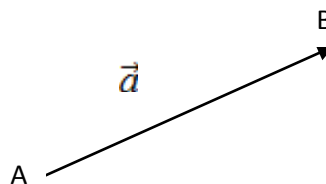


Заняття 1. Поняття вектора. Додавання та віднімання векторів.

Це потрібно знати!

Вектор - спрямований відрізок. Вектор $\overrightarrow{AB}$

A – початок вектора, B – кінець вектора.



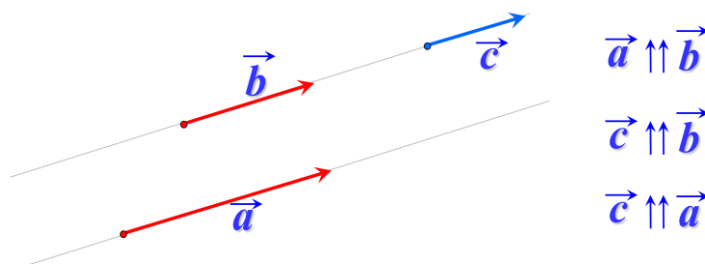
Щоб знайти координати вектора $\vec{a}(a_1, a_2)$, треба від координат кінця відняти координати початку.

Наприклад, якщо $A(3; -2)$, $B(-4; 1)$, то $\overrightarrow{AB}(-4-3; 1-(-2)) = \overrightarrow{AB}(-7; 3)$

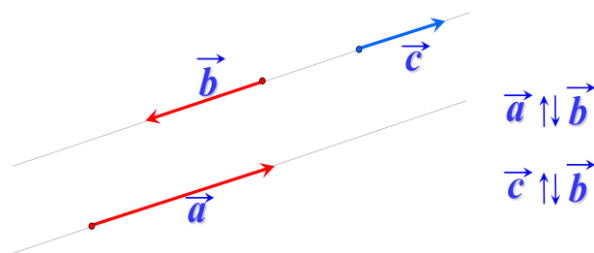
Модулем вектора $\overrightarrow{AB}$ називають довжину відрізка AB.

Коли $\vec{a}(a_1, a_2)$, то $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Ненульові вектори називають колінеарними, якщо вони лежать на паралельних прямих або на одній прямій.



Колінеарні співнаправлені вектори



Колінеарні протилежно напрямлені вектори

Рівними називаються співнаправлені вектори які мають однакову довжину.

Рівні вектори мають рівні відповідні координати. Справедливе й обернене твердження: якщо відповідні координати вектора рівні, то рівні й самі вектори.

Сумой векторів $\vec{a}(a_1, a_2)$ та $\vec{b}(b_1, b_2)$ називається вектор $\vec{c}(a_1+b_1; a_2+b_2)$.

Властивості додавання векторів аналогічні властивостям додавання чисел.

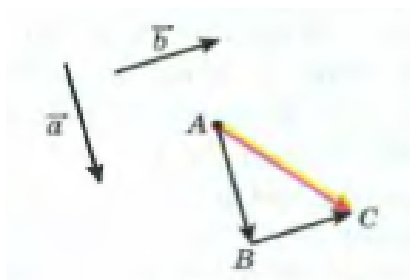
Для будь-яких векторів виконуються рівності:

1) $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$

2) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (переставна властивість)

3) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (сполучна властивість)

Правило трикутника. Відкладемо від довільної точки А вектор $\overrightarrow{AB}$, рівний вектору $\vec{a}$. Далі від точки В відкладемо вектор $\overrightarrow{BC}$, рівний вектору $\vec{b}$. Вектор $\overrightarrow{AC}$ – сума векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

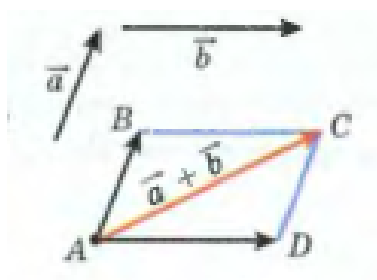


За правилом трикутника додають і колінеарні вектори:



Отже, для будь-яких трьох точок А,В,С виконується рівність $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

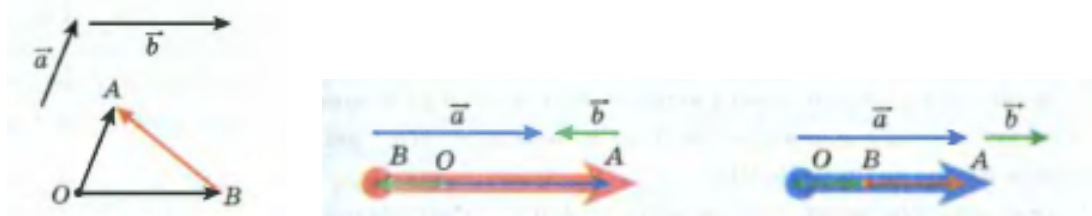
Правило паралелограма. Відкладемо від довільної точки А вектор $\overrightarrow{AB}$, рівний вектору $\vec{a}$, і вектор $\overrightarrow{AD}$, рівний вектору $\vec{b}$. Побудуємо паралелограм ABCD. Сума векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ – вектор $\overrightarrow{AC}$



Різницею векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називають такий вектор $\vec{c}$, сума якого з вектором $\vec{b}$ дорівнює вектору $\vec{a}$.

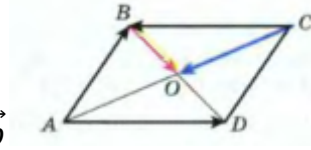
Різницею векторів $\vec{a}(a_1, a_2)$ та $\vec{b}(b_1, b_2)$ називається вектор $\vec{c}(a_1 - b_1; a_2 - b_2)$.

Отже для будь-яких трьох точок О, А і В виконується рівність $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$



Це потрібно вміти!

Приклад 1. Діагоналі паралелограма ABCD перетинаються в точці O. Виразіть вектори $\overrightarrow{AB}$,



$\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CB}$ через вектори $\overrightarrow{CO} = \vec{a}$ і $\overrightarrow{BO} = \vec{b}$

Розв'язання: Оскільки точка O – середина відрізків BD і AC, то $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} = \vec{a}$ і $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} = \vec{b}$.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO} = -\vec{a} - \vec{b};$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD} = \vec{a} - \vec{b}$$

Приклад 2. Дано координати трьох вершин паралелограма ABCD: A(3; -2), B(-4; 1), C(-2; -3). Знайдіть координати вершини D та модуль вектора $\overrightarrow{BD}$.

Розв'язання: Оскільки ABCD – паралелограм, то $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Отже, координати цих векторів рівні. Нехай координати точки D дорівнюють (x; y). Знайдемо координати векторів $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB}(-4-3; 1-(-2)) = \overrightarrow{AB}(-7; 3); \quad \overrightarrow{DC}(-2-x; -3-y). \text{ Звідси}$$

$$\begin{cases} -7 = -2 - x, \\ 3 = -3 - y; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5, \\ y = -6. \end{cases} \quad D(5; -6).$$

$$\text{Координати вектора } \overrightarrow{BD}: \overrightarrow{BD}(5-(-4); -6-1) = \overrightarrow{BD}(9; -7)$$

$$\text{Модуль вектора } |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{9^2 + (-7)^2} = \sqrt{130} \quad \text{Відповідь: } D(5; -6); |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{130}$$

Спробуй виконати сам!

- Доведіть, що чотирикутник з вершинами в точках A(3; -4), B(-2; 7), C(-4; 16), D(1; 5) є паралелограмом.
Вказівка: Знайти координати векторів $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$
- O – точка перетину діагоналей паралелограма ABCD. Побудуйте вектори $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA}$.
- В трикутнику ABC точка N – середина BC, $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$. Виразіть через $\vec{a}$ і $\vec{b}$ вектори $\overrightarrow{BA}$ та $\overrightarrow{AN}$.
Відповідь: $\overrightarrow{BA} = \vec{b} - \vec{a}$; $\overrightarrow{AN} = 0,5\vec{a} - \vec{b}$
- Дано точки A(1;3), B(1; -1), C(-2; -1). Знайти координати точки D для якої вірна рівність $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$
Відповідь: D(-2; -5)
- Модуль вектора $\vec{b}$ дорівнює $\sqrt{5}$. Відомо, що $\vec{b}(x; -2)$. Знайти x.
Відповідь: -1 або 1.