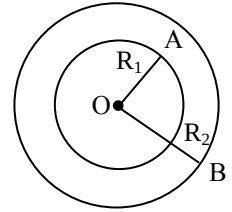


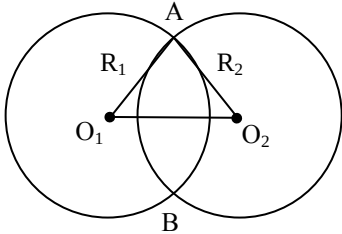
Заняття №1 Тема: Взаємне розташування двох кіл.

Це потрібно знати!

1. Якщо кола мають спільний центр, то вони називаються *концентричними*.



2. Якщо кола мають дві спільні точки, то вони перетинаються.



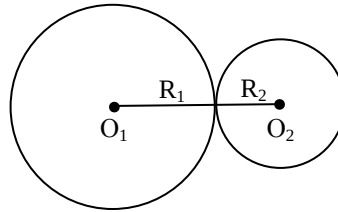
$$R_1 + R_2 > O_1O_2$$

Пряма, яка проходить через центри цих кіл, називається *лінією центрів*.

3. Якщо кола мають спільну точку, то вони дотикаються:

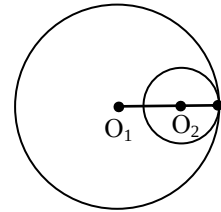
а) кола дотикаються зовнішнім чином

$$O_1O_2 = R_1 + R_2$$



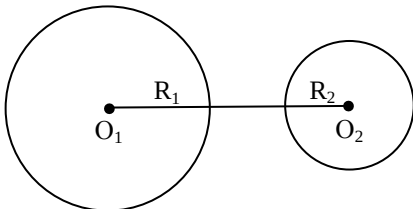
б) кола дотикаються внутрішнім чином

$$O_1O_2 = R_1 - R_2$$

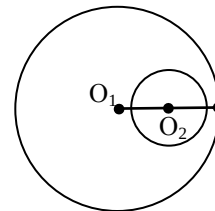


4. Кола не мають спільних точок:

а) зовнішнє розташування б) внутрішнє розташування



$$O_1O_2 > R_1 + R_2$$



$$O_1O_2 < R_1 - R_2$$

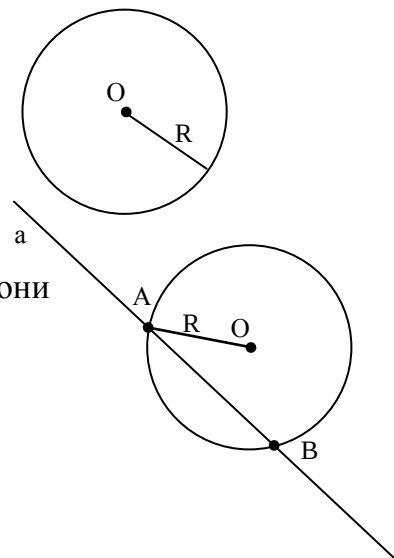
Взаємне розташування прямої та кола

1. Пряма і коло не мають спільних точок, то вони не перетинаються.

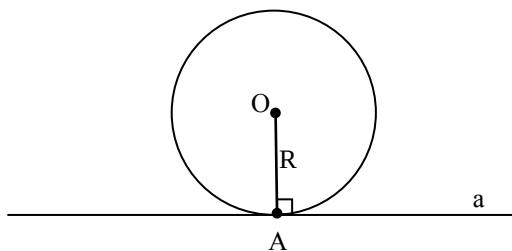
а _____

2. Пряма і коло мають дві спільні точки, то вони перетинаються.

Пряма а називається січною.



3. Пряма і коло мають одну спільну точку, то вони дотикаються.

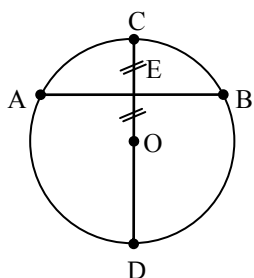


Пряма а – дотична до кола. Точка А – точка дотику.

Це потрібно вміти!

Задача. В колі радіуса R хорда AB перпендикулярна до одного з радіусів OC і в точці перетину E ділить його навпіл. Знайти довжину хорди.

Розв'язання

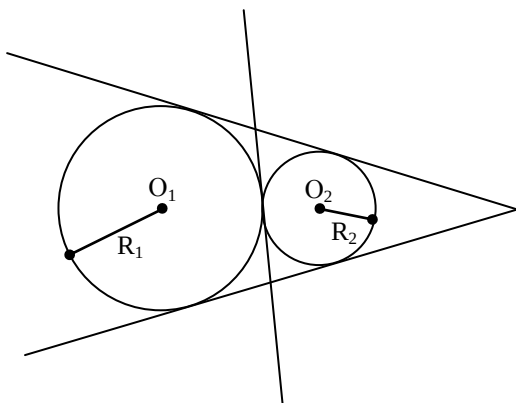


Продовжимо CO до перетину з колом в точці D . Тоді $CE \cdot ED = AE \cdot BE$ (витікає з того, що $\triangle CEB = \triangle AED$ за гострим кутом: $\angle CBA = \angle CDA$ як вписані кути, що спираються на одну дугу). За умовою $CE = \frac{1}{2} R$; $ED = \frac{3}{2} R$, $AE = BE$, то $AE^2 = \frac{3}{4} R^2$, $AB = 3AE = R\sqrt{3}$.

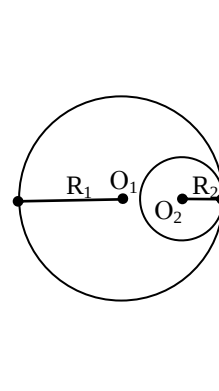
Відповідь: $R\sqrt{3}$.

Якщо кола не мають спільних точок (випадок 4), то можна провести чотири спільних дотичних (дві внутрішні і дві зовнішні).

Якщо кола дотикаються зовні, то можна провести три дотичних.



Якщо кола дотинаються внутрішнім чином, то можна провести одну дотичну, яка перпендикулярна лінії центрів.



Задача. Дано два круга, їхні спільні внутрішні дотичні взаємно перпендикулярні; хорди, які з'єднують точки дотику, дорівнюють 3 см і 5 см. Знайти відстань між центрами.

Розв'язання

$AB \perp CD$, A, B, C, D – точки дотику. $OA \perp AB$;
 $O_2B \perp AB$; $O_1C \perp CD$; $O_2D \perp CD$. O_1AFC – паралелограм
 ($O_1A \parallel CF$, $O_1C \parallel AF$) з прямими кутами і рівними
 сторонами, тобто O_1AFC – квадрат. $AC = 5$ см; $OF = 5$
 см. Аналогічно O_2BFD : $BD = 3$ см, $O_2F = 3$ см.
 Тоді $O_1O_2 = 8$ см.
 Відповідь: 8 см.

