

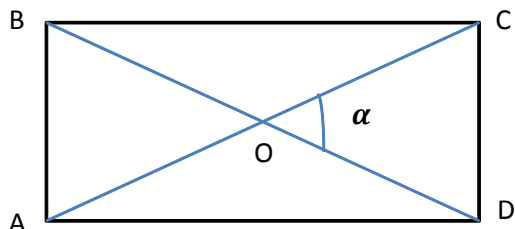
## Заняття 2. Тема: Прямокутник. Ромб. Квадрат.

### Це потрібно знати!

#### Прямокутник

**Прямокутник** – паралелограм, у якого всі кути рівні.

Прямокутник – це паралелограм, у якого всі кути прямі (рівні  $90^\circ$ ).



#### Властивості прямокутника:

Прямокутник має всі властивості паралелограма та додаткові:

- 1) всі кути прямокутника прямі;
- 2) діагоналі прямокутника рівні.

#### Ознаки прямокутника

- 1) Якщо в чотирикутнику всі кути рівні, то він є прямокутником.
- 2) Якщо в чотирикутнику є три прямі кути, то він є прямокутником.
- 3) Якщо в паралелограмі є прямий кут, то паралелограм є прямокутником.
- 4) Якщо в паралелограмі діагоналі рівні, то він є прямокутником.

#### Ромб

**Ромб** – паралелограм, у якого всі сторони рівні.

#### Властивості ромба:

Ромб має всі властивості паралелограма та додаткові:

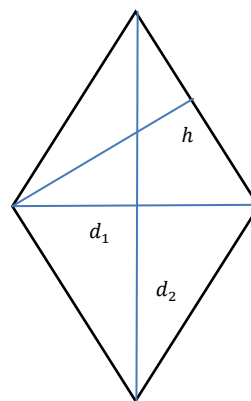
- 1) діагоналі ромба перетинаються під прямим кутом;
- 2) діагоналі ромба є бісектрисами його кутів.

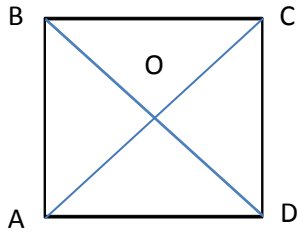
#### Квадрат

Перше означення: Квадратом називається прямокутник, у якого всі сторони рівні.

Друге означення: Квадратом називається ромб, у якого всі кути прямі (рівні  $90^\circ$ ).

**Квадрат** – прямокутник, у якого всі сторони рівні, і ромб, у якого всі кути прямі.





### Властивості квадрата:

Квадрат має всі властивості як прямокутника, так і ромба.

### *Це потрібно вміти !*

Задача 1. Точка перетину діагоналей прямокутника віддалена від двох його сторін на 3 см та 4 см. Знайдіть периметр прямокутника.

Розв'язання

Відстань від точки перетину діагоналей до сторони прямокутника дорівнює половині протилежної сторони, отже сторони прямокутника дорівнюють:  $2 \cdot 3 = 6$  см та  $2 \cdot 4 = 8$  см. Периметр становить:  $2(6 + 8) = 28$  см.

Відповідь: 28 см.

Задача 2. З вершини кута ромба, що дорівнює  $120^\circ$ , проведена діагональ завдовжки 6 см. Знайдіть периметр ромба.

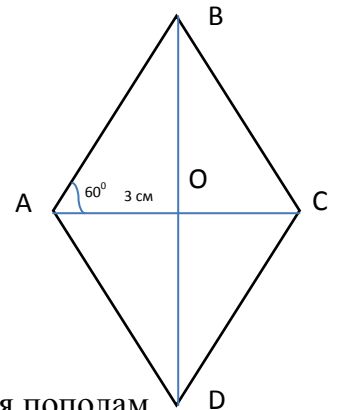
Розв'язання

Діагональ ромба є бісектрисою його кута, а діагоналі ромба перетинаються під прямим кутом і точкою перетину діляться пополам.

Отже за катетом прямокутного трикутника 3 см та прилеглим кутом  $60^\circ$  знаходимо гіпотенузу, якою є сторона ромба:  $3 \cdot \cos 60^\circ = 3 \cdot 0,5 = 1,5$  см.

Так як всі чотири сторони ромба рівні, то периметр:  $4 \cdot 1,5 = 6$  см.

Відповідь: 6 см.



### Задача 3.

Сторона ромба дорівнює 9 см, а один з кутів  $60^\circ$ .

Знайдіть всі кути, периметр, висоту та довжини діагоналей.

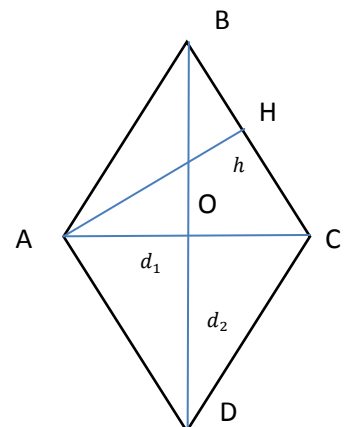
Розв'язання

Сусідній кут ромба є внутрішнім одностороннім, а отже дорівнює  $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ .

Протилежні кути ромба рівні, отже невідомі кути ромба становлять  $120^\circ$ ,  $60^\circ$  та  $120^\circ$ .

Всі сторони ромба рівні, отже його периметр:  $4 \cdot 9 = 36$  см.

Висота ромба є катет прямокутного трикутника, протилежний куту  $60^\circ$ , а сторона ромба є гіпотенузою цього трикутника. Отже висота ромба дорівнює



$$9 \cdot \sin 60^\circ = 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4,5\sqrt{3} \text{ см.}$$

Менша діагональ як основа рівнобедреного трикутника з кутом  $60^\circ$  за теоремою косинусів

$$\text{дорівнює: } \sqrt{9^2 + 9^2 - 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \cos 60^\circ} =$$

$$= \sqrt{9^2 + 9^2 - 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2}} = 9 \text{ см.}$$

Більша діагональ як основа рівнобедреного трикутника з кутом  $120^\circ$

$$\text{дорівнює: } \sqrt{9^2 + 9^2 - 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{9^2 + 9^2 + 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2}} = 9\sqrt{3} \text{ см.}$$

Відповідь:  $120^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $120^\circ$ ; 36 см;  $4,5\sqrt{3}$  см; 9 см;  $9\sqrt{3}$  см.

*Спробуй сам !*

### Розв'язати задачі.

1. В рівнобедрений прямокутний трикутник вписано квадрат так, що дві його вершини знаходяться на гіпотенузі, а дві інші – на катетах. Знайдіть сторону квадрата, знаючи, що гіпотенуза трикутника дорівнює 3 м.

Відповідь: 1 см.

2. З вершини прямокутника на діагональ опущено перпендикуляр, який ділить її на два відрізки, менший з яких дорівнює 2 см. Перпендикуляр утворює з меншою стороною прямокутника кут  $30^\circ$ . Обчисліть довжину меншої сторони прямокутника та суму його діагоналей.

Відповідь: 4 см; 16 см.

3. Периметр ромба 16 см. Висота, проведена з вершини тупого кута, ділить сторону ромба пополам. Знайдіть кути ромба та довжину діагоналі, проведеної з тієї ж вершини.

Відповідь:  $60^\circ$ ;  $120^\circ$ ; 4 см.

4. Сторона ромба дорівнює 18 см, а один з кутів  $150^\circ$ . Знайдіть всі кути, периметр, висоту та довжини діагоналей.

Відповідь:  $30^\circ$ ;  $150^\circ$ ;  $30^\circ$ ; 72 см; 9 см;  $18\sqrt{2 - \sqrt{3}}$  см;  $18\sqrt{2 + \sqrt{3}}$  см.