

Заняття 8. Площа трикутника.

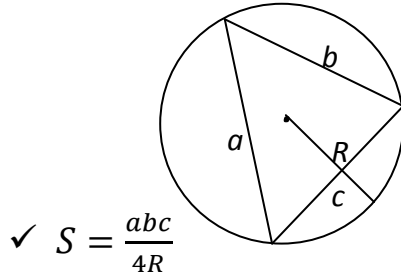
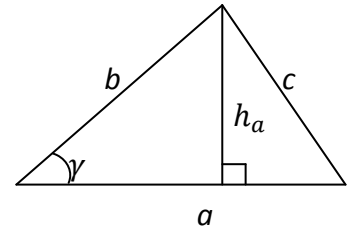
Це потрібно знати! ПЛОЩА ТРИКУТНИКА

✓ $S = \frac{1}{2}ah_a$

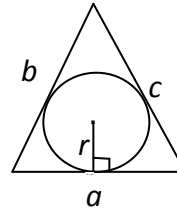
✓ $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$

✓ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де $p = \frac{a+b+c}{2}$

(формула Герона)



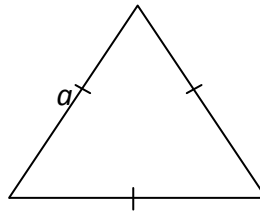
✓ $S = \frac{abc}{4R}$



$S = pr$, де $p = \frac{a+b+c}{2}$

ПЛОЩА РІВНОСТОРОННЬОГО ТРИКУТНИКА:

✓ $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



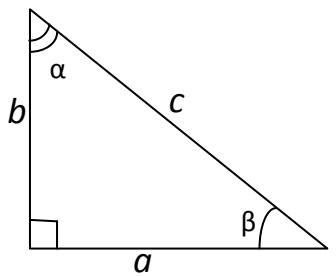
ПЛОЩА ПРЯМОКУТНОГО ТРИКУТНИКА

✓ Через катети: $S = \frac{1}{2}ab$

✓ Через катет і гострий кут: $S = \frac{1}{2}a^2 \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2}a^2 \operatorname{ctg} \alpha$

✓ Через гіпотенузу і гострий кут:

$S = \frac{1}{4}c^2 \sin 2\alpha = \frac{1}{4}c^2 \sin 2\beta$



До речі, трикутники, які мають рівні площі називають **рівновеликими**.

Медіана трикутника розбиває його на два рівновеликих трикутника.

Це потрібно вміти!

Приклад 1. Три кола з радіусами 6 см, 7 см і 8 см попарно дотикаються один до одного зовні. Знайти площу трикутника з вершинами в центрах цих кіл.

■ Відрізок, що з'єднує центри двох кіл, які дотикаються, проходить через точку дотику цих кіл, тому сторони трикутника з вершинами в центрах кіл дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Площу даного трикутника знайдемо за формулою Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де $p = \frac{a+b+c}{2}$.

$$S = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 7 \cdot 3 \cdot 4 = 84 \text{ см}^2.$$

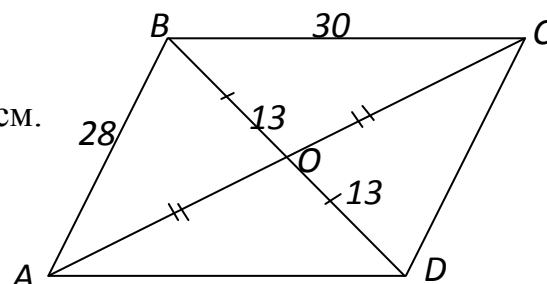
Відповідь: 84 см². ■

Приклад 2. Знайти площу трикутника, дві сторони якого дорівнюють 28 см і 30 см, а медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює 13 см.

■ Нехай ABC даний трикутник, в якому
AB = 28 см, BC = 30 см і медіана BO = 13 см.

На продовженні медіани BO відкладемо

відрізок OD = OB = 13 см. Так як медіана



трикутника ділить його на два рівновеликі трикутники, то $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD}$.

Площу трикутника BCD знайдемо за формулою Герона:

$$S_{\triangle BCD} = \sqrt{42 \cdot (42-30)(42-28)(42-26)} = \sqrt{42 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16} = 336 \text{ см}^2.$$

Відповідь: 336 см². ■

Приклад 3. Дві сторони трикутника мають довжини 6 м та 10 м, причому кут між ними гострий. Площа даного трикутника дорівнює 18 м². Знайти третю сторону трикутника.

■ так як $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$, тобто $18 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 \sin \gamma$, звідки $\sin \gamma = \frac{3}{5}$. Третю сторону даного трикутника можна знайти за теоремою косинусів

$$(\cos \gamma = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}); \quad c^2 = 36 + 100 - 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot \frac{4}{5}; \quad c^2 = 40; \quad c = 2\sqrt{10} \text{ см.}$$

Відповідь: $= 2\sqrt{10}$ см.

Спробуй виконати сам!

1. У рівнобедреному трикутнику кут між бічними сторонами 30° , а його площа 150 см^2 . Знайти бічну сторону трикутника.
Відповідь: $10\sqrt{6} \text{ см}$.
2. Бісектриса трикутника ділить його сторону на відрізки довжиною 5 см і 6 см. Знайти площу трикутника, якщо довжина меншої з двох інших його сторін дорівнює 15 см.
Відповідь: $22\sqrt{14} \text{ см}^2$.
3. Знайти площу прямокутного трикутника, якщо його висота ділить гіпотенузу на відрізки 18 см і 32 см.
Відповідь: 600 см^2 .
4. Знайти площу трикутника, дві сторони якого дорівнюють 28 і 30, а медіана, яка проведена до третьої сторони, дорівнює 13.
Відповідь: 336.
5. Знайти площу прямокутного трикутника з гіпотенузою 26 см і різницею катетів 14 см.
Відповідь: 120 см^2 .