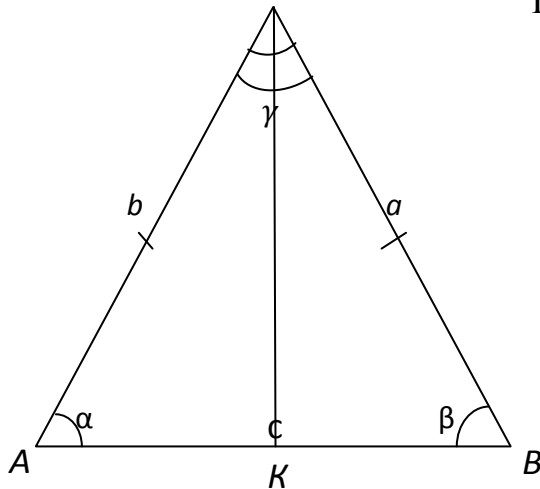


Заняття 7. РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК.

Це потрібно знати!



Трикутник, у якого дві сторони рівні,

називається **рівнобедреним**.

Якщо $AC = BC$, то $\triangle ABC$ –

рівнобедрений, причому

a і b – бічні сторони,

c – основа.

ВЛАСТИВОСТІ: 1) $\angle \alpha = \angle \beta$;

$$2) l_c = m_c = h_c = \frac{1}{2\sqrt{4a^2 - c^2}}.$$

$$l_c = m_c = h_c$$

✓ **ОЗНАКИ:** трикутник є рівнобедреним, якщо:

- 1) Кути при основі рівні;
- 2) Одна з медіан є висотою або бісектрисою;
- 3) Одна з висот є бісектрисою або медіаною;
- 4) Одна з бісектрис є медіаною або висотою;
- 5) Дві медіани (висоти, бісектриси) рівні.

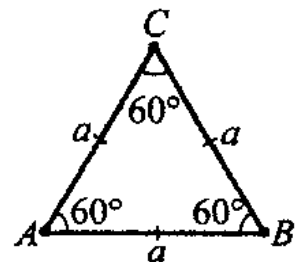
✓ **РІВНОСТОРОННІЙ ТРИКУТНИК**

Трикутник, у якого всі сторони рівні, називається рівностороннім.

$$AB = BC = AC = a.$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ.$$

$$l_c = m_c = h_c = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



✓ **РАДІУС ВПИСАНОГО Й ОПИСАНОГО КОЛА ДЛЯ РІВНОСТОРОННЬОГО ТРИКУТНИКА**

Центри вписаного й описаного кіл у рівносторонньому трикутнику співпадають.

$$\mathcal{R} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 2r, \quad r = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2}\mathcal{R}.$$

✓ ВЛАСТИВОСТІ РІВНОСТОРОННЬОГО ТРИКУТНИКА:

Ортоцентр, центр мас, центр вписаного й описаного кіл у рівносторонньому трикутнику співпадають.

Усі рівносторонні трикутники подібні.

Сума відстаней від будь-якої точки рівностороннього трикутника до його сторін дорівнює висоті трикутника.

Це потрібно вміти!

Приклад 1. У рівнобедреному трикутнику бічна сторона дорівнює 8 см, а основа 4 см. Знайти квадрат висоти, опущеної на бічну сторону.

■ нехай ABC даний рівнобедрений трикутник з основою AC .

За умовою $AB = BC = 8$ см і $AC = 4$ см. За властивістю висоти рівнобедреного трикутника маємо : $AN = \frac{1}{2} AC = 2$ см.

У $\triangle ANB$ ($\angle N = 90^\circ$) за теоремою Піфагора знайдемо

$$BN = \sqrt{AB^2 - AN^2} = \sqrt{64 - 4} = \sqrt{60} \text{ см.}$$

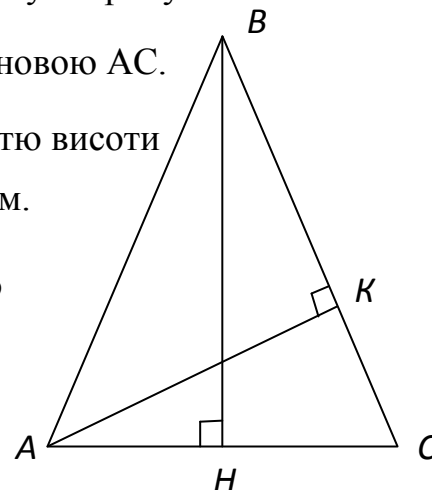
З одного боку $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BN$, з іншого боку

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AK$. Прирівняємо ці дві рівності і підставимо відомі сторони:

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{60} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot AK; \quad 2AK = \sqrt{60}; \quad 2AK = 2\sqrt{15}; \quad \text{звідки } AK = \sqrt{15} \text{ см, а отже}$$

$$AK^2 = 15 \text{ см}^2$$

Відповідь: 15. ■

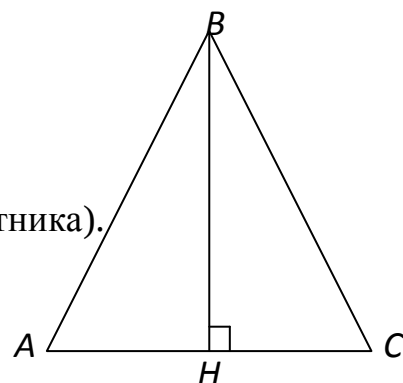


Приклад 2. У рівнобедреному трикутнику основа та опущена на неї висота дорівнюють 16. Знайти радіус кола, описаного навколо даного трикутника.

■ Нехай у даному $\triangle ABC$ основа $AC = 16$ та опущена

на неї висота $BN = 16$, причому

$AN = NC = 8$ (за властивістю висоти рівнобедреного трикутника).



У $\triangle BHC$ ($\angle H = 90^\circ$) за теоремо Піфагора

$$BC^2 = BH^2 + HC^2; BC^2 = 8^2 + 16^2 = (8 \cdot 2)^2 + 8^2 = 8^2 \cdot 4 + 8^2 = 8^2 \cdot 5; BC = 8\sqrt{5}.$$

Далі розглянемо $\triangle ABC$ і по теоремі синусів отримаємо: $2R = \frac{AB}{\sin C}$, де R - радіус описаного навколо даного трикутника кола і $\sin C = \frac{BH}{BC} = \frac{16}{8\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Підставивши дані у формулу, отримаємо $2R = \frac{8\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2}$; отже $R = 10$.

Відповідь: 10. ■

Спробуй виконати сам!

1. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 20 см. Знайти його основу, якщо вона в 2 рази більша від бічної сторони.
Відповідь: 8 см.
2. Кут при основі АВ рівнобедреного трикутника дорівнює 30° .
Висоти трикутника, проведені до бічних сторін, перетинаються в точці О. Знайти в градусах величину кута АОВ.
Відповідь: 60° .
3. У рівнобедреному трикутнику основа і бічна сторона відповідно дорівнюють 5 см і 20 см. Знайти менший з відрізків, на які поділяє бічну сторону бісектриса кута при основі.
Відповідь: 4 см.
4. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 108 см, а основа – 30 см. Знайти радіус вписаного кола.
Відповідь: 10 см.
5. Знайти у градусах кут між бічними сторонами рівнобедреного трикутника, якщо бісектриса кута при основі відтинає від нього трикутник подібний даному.
Відповідь: 36° .