

Комбінаторне правило множення і додавання

Це потрібно знати!

Скількома способами учні вашого класу можуть стати один за одним у черзі до буфету?

Скількома способами можна обрати у вашому класі старосту та його заступника?

Відповідаючи на ці запитання, слід підрахувати, скільки різних комбінацій, утворених за певним правилом, можна скласти з елементів заданої скінченної множини. Область математики, яка займається подібними задачами, називають комбінаторикою.

В основі розв'язування більшості комбінаторних задач лежать два правила: правило суми і правило добутку.

Правило суми. Якщо елемент a можна вибрати m способами, а елемент b можна вибрати k способами, то вибір « a або b » можна здійснити $m + k$ способами.

Правило добутку. Якщо елемент a можна вибрати m способами і після кожного такого вибору елемент b можна вибрати k способами, то вибір « a і b » в вказаному порядку, тобто вибір упорядкованої пари $(a;b)$, можна зробити mk способами.

Іншими словами:

- якщо в умові задачі звучить «і», то вибираємо правило множення;
- якщо в умові задачі звучить «або», то вибираємо правило додавання.

Це потрібно вміти !

Задача 1. Збираючись на змагання, спортсмен одягає або майку або футболку. Скільки варіантів вибору майки або футболки у нього є, якщо його мама підготувала 3 майки і 4 футболки?

Розв'язання: Допустимо, що в шафі на одній полиці лежать - 3 майки, а на другій - 4 футболки. Довільно з будь якої полиці беремо тільки одну річ. З першої полиці взяти одну річ можна тільки трьома різними способами, а з іншої – чотирма способами. Тоді взяти яку не будь з названих речей можна по правилу додавання $3+4=7$ різними способами.

Відповідь: 7 варіантів

Задача 2. Цех по виготовленню головних уборів почав випуск трьох нових моделей, для яких був закуплений фетр чотирьох різних кольорів. Скільки видів різних капелюхів може виготовити цех?

Розв'язання: Для кожної з трьох моделей можна використати кожний з чотирьох кольорів. По правилу добутку кількість різних видів буде $3 \cdot 4 = 12$

Задача 3. У камері схову встановлено кодовий замок з чотирьох цифр. Скільки різних комбінацій можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, якщо:

а) цифри в коді можуть повторюватися? б) цифри в коді не повторюються? в) код починається з цифри “3”? г) код є парним числом? д) код — парне число, цифри якого не повторюються?

Розв'язання:

а) Якщо цифри у коді можуть повторюватися, то на кожній позиції у коді може стояти будь-яка з 5 цифр, тобто загальна кількість варіантів $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$.

б) На першому місці може стояти будь-яка з 5 цифр, на другому — 4 (оскільки одна вже стоїть на першому місці), на третьому — 3, на четвертому — 2 цифри. Загальна кількість варіантів підраховується за основним правилом комбінаторики: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$.

в) На першому місці стоїть цифра “3”, на інших місцях можуть стояти будь-які з 5 цифр. Загальна кількість варіантів $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

г) Код є парним числом, якщо на останньому місці стоїть парна цифра, тобто або 2, або 4. На інших місцях можуть стояти будь-які цифри: $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 250$.

д) Якщо цифри не можуть повторюватися, то на останньому місці стоїть парна цифра, тоді на передостанньому місці може стояти лише чотири цифри, на другому — 3, на першому — 2 цифри. Загальна кількість варіантів $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 48$.

Спробуй виконати сам.

1. З міста А в місто В можна добратися 4 потягами, 2 літаками, 6 автобусами. Скількома способами можна добратися з міста А в місто В?

Відповідь: 12 способів

2. У чемпіонаті країни з футболу беруть участь 16 команд. Скількома способами можуть бути розподілені золота, срібна і бронзова медалі?

Відповідь: 3360 способами

3. Скільки сигналів можна подати з корабля за допомогою чотирьох прапорів різного кольору, розміщуючи їх на щоглі, якщо використовувати різну кількість прапорів?

Відповідь: 60 способами.