

Приклад 1. Кажуть, що супутник знаходиться на стаціонарній орбіті, якщо він увесь час висить над однією і тією ж точкою земної поверхні. Обчисліть радіус R геостаціонарної орбіти. Радіус Землі прийняти рівним $R_3 = 6380$ км. Чи може супутник “висіти” над Запоріжжям?

Розв’язання. По-перше, геостаціонарний супутник може “висіти” тільки над точками екватора. Запоріжжя ж знаходиться явно не на екваторі.

Для того, щоб супутник знаходився на геостаціонарній орбіті, необхідно, щоб період його обертання навколо Землі був би рівним періоду обертання Землі навколо своєї осі, тобто $T = 23^h56^m$ (згадайте чому не 24^h00^m). Умова, при якій це настає – гравітаційне притягання Землі забезпечує доцентрове прискорення супутника: $m\omega^2 R = GMm/R^2$ (M і R – маса Землі і радіус геостаціонарної орбіти). Враховуючи, що $GM = gR^2$, де g – прискорення вільного падіння на поверхні Землі, одержуємо:

$$(2\pi/T_3)^2 = gR^2_3/R^3$$

$$R^3 = gR^2_3/(2\pi/T_3)^2$$

$$R = \{gR^2_3/(2\pi/T_3)^2\}^{1/3} = \{g(R_3T_3/2\pi)^2\}^{1/3}$$

$$R \approx 4,2 \cdot 10^7 \text{ м} \approx 42 \text{ тис. км}$$

Приклад 2. Американський штучний супутник Землі китайського походження масою $m = 200$ кг, який рухається по коловій орбіті у верхніх шарах атмосфери, зазнає опір розрідженого повітря силою $F = 700$ мкН. Визначте, як зміниться швидкість супутника за один оберт навколо Землі. Висота польоту супутника над поверхнею Землі мала у порівнянні з радіусом Землі ($R = 6400$ км).

Розв’язання. Можна вважати, що рух супутника увесь час відбувається по коловій орбіті, а

сила опору тільки зменшує загальну енергію супутника $E = -\frac{GMm}{R} + \frac{mV^2}{2}$. Враховуючи, що

$$V^2 = \frac{GM}{R}, \text{ одержимо, що повна енергія супутника визначатиметься формулою } E = -\frac{mV^2}{2}.$$

зміна повної енергії за один оберт навколо Землі рівна роботі сили опору – $2\pi RF$, тому

$$-\frac{mV^2}{2} - 2\pi RF = -\frac{m(V + \Delta V)^2}{2}. \text{ Важливо відмітити, що швидкість супутника збільшується,}$$

не дивлячись на зменшення повної енергії. Враховуючи, що $\Delta V \leq V$ і $V = (gR)^{1/2}$, одержуємо

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2\pi FR}{mg}} \approx 0,018 \text{ м/с}.$$

Приклад 3. Ви мандруєте поясом астероїдів, характерна густина порід яких складає $\rho = 3,5 \text{ г/см}^3$. Яким розмірами повинні володіти астероїди, щоб по них можна було бігати і не боятись “впасти” в космос?

Розв’язання. Очевидно, що впасти в космос можна тільки в тому випадку, коли Ваша швидкість відносно астероїда перевищить другу космічну швидкість для нього. Проте, навіть якщо Ви перевищите тільки першу космічну, то вже це буде досить незатишним: доведеться

досить довго чекати повернення на астероїд (мінімум – $\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$), для наших параметрів це

близько 1 год 45 хв). Так що, будемо вважати, що швидкість Вашого бігу (людина розвиває до

10 м/с) не повинна бути більшою за першу космічну, тобто: $V_1 \leq \sqrt{\frac{GM}{R}}$.

Враховуючи, що $M = \frac{4\pi R^3}{3} \rho$, одержимо:

$$V_1 \leq \sqrt{\frac{4\pi G \rho}{3}} \cdot R, \quad R \geq V_1 \sqrt{\frac{3}{4\pi G \rho}} R.$$

$$R \geq 10 \sqrt{\frac{3}{12,57 \cdot 6,67^{-11} \cdot 3500}}. \quad R \geq 10,9 \approx 10 \text{ км}.$$

Отже, без побоювання можна бігати по астероїдах, діаметр яких не більший за 20 км.