

Рух по колу. Обертальний рух.

Розв'язуємо задачі разом.

Задача 1

За одну хвилину колесо велосипеда робить 120 обертів. Чому дорівнює період і частота обертання колеса?

Розв'язання:

Дано:	СИ	Для обчислення періоду коливаний колеса велосипеда
$t = 1 \text{ хв}$	$= 60 \text{ с}$	скористаємось формулою: $T = \frac{t}{N}$
$N=120$		Частоту обертання колеса знайдемо з формули зв'язку частоти з періодом: $\nu = \frac{1}{T}$
$T=?$		Обчислення:

$$\nu - ? \quad T = \frac{60}{120} = 0,5 \text{ с} \quad \nu = \frac{1}{0,5} = 2 \frac{1}{\text{с}}$$

Відповідь: $T = 0,5 \text{ с}$ $\nu = 2 \frac{1}{\text{с}}$

Задача 2

З якою швидкістю рухаються кінці годинної, хвилинної та секундної стрілок настінного годинника? Припустіть, що довжина кожної стрілки дорівнює 10 см.

Дано:	СИ	Розв'язання:
$T_{\text{год}} = 12 \text{ год}$	$= 12 \cdot 3600 \text{ с}$	Використовуючи формулу, що пов'язує швидкість, період і радіус, отримуємо для кінців годинної і хвилинної стрілок:
$T_{\text{хв}} = 1 \text{ год}$	$= 3600 \text{ с}$	
$T_{\text{сек}} = 1 \text{ хв}$	$= 60 \text{ с}$	
$R = 10 \text{ см}$	$= 0,1 \text{ м}$	$\dot{\varphi}_{\text{год}} = \frac{2\pi R}{T_{\text{год}}} \quad \dot{\varphi}_{\text{хв}} = \frac{2\pi R}{T_{\text{хв}}}$
		Обчислимо швидкості:

$$\dot{\varphi} - ? \quad \dot{\varphi}_{\text{год}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1}{3600 \cdot 12} = 1,5 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = 0,015 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$$

$$\dot{\varphi}_{\text{хв}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1}{3600} = 1,7 \cdot 10^{-4} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = 0,017 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$$

Рух з такими малими швидкостями важко помітити оком. Тому, коли ми дивимося на настінний годинник, годинна і хвилинна стрілки здаються нерухомими. Кінець же секундної стрілки рухається зі швидкістю:

$$\dot{\omega}_{\text{сек}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,1}{60} = 1 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = 1 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Відповідь: $\dot{\omega}_{\text{год}} = 0,015 \frac{\text{мм}}{\text{с}}; \dot{\omega}_{\text{хв}} = 0,017 \frac{\text{мм}}{\text{с}}; \dot{\omega}_{\text{сек}} = 1 \frac{\text{см}}{\text{с}}$

Задача 3

Супутник рухається по коловій орбіті дорівнює на висоті 630 км. Період обертання супутника навколо Землі 97,5 хв. Прийміть, що радіус Землі дорівнює 6400 км. Визначте швидкість і частоту обертання супутника.

Дано:

СІ

Розв'язання:

$h = 630 \text{ км}$	$= 630000 \text{ м}$	Для обчислення швидкості супутника скористаємось формулою: $\dot{\omega} = \frac{2\pi R}{T}$, де R - радіус кола, по якому обертається супутник, він дорівнює сумі радіуса Землі й висоти супутника над поверхнею Землі: $R = R_3 + h$
$R_3 = 6400 \text{ км}$	$= 6400000 \text{ м}$	
$T = 97,5 \text{ хв}$	$= 97,5 \cdot 60 \text{ с}$	
$\dot{\omega} - ?$	$\nu - ?$	

Частоту обертання супутника можна знайти за формулою: $\nu = \frac{1}{T}$

Обчислимо швидкість та частоту:

$$\dot{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 7030000}{97,5 \cdot 60} = 7547 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) \qquad \nu = \frac{1}{97,5 \cdot 60} = 0,0002 \left(\frac{1}{\text{с}} \right)$$

Відповідь: $\dot{\omega} = 7547 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right); \nu = 0,0002 \left(\frac{1}{\text{с}} \right)$

Задача 4

Хвилинна стрілка годинника в 1,5 разів довша за годинну. Визначте, швидкість кінця якої стрілки більша й у скільки разів?

Дано:

СІ

Розв'язання:

$$R_{\text{хв}} = 1,5 R_{\text{год}}$$

$$T_{\text{хв}} = 1 \text{ год} = 3600 \text{ с}$$

$$T_{\text{год}} = 12 \text{ год} = 12 \cdot 3600 \text{ с}$$

Використаємо формулу, що пов'язує

швидкість, період і радіус:

$$\dot{u}_{\text{год}} = \frac{2\pi R_{\text{год}}}{T_{\text{год}}} \quad \dot{u}_{\text{хв}} = \frac{2\pi R_{\text{хв}}}{T_{\text{хв}}}$$

Для порівняння швидкостей знайдемо їх

$$\frac{\dot{u}_{\text{хв}}}{\dot{u}_{\text{год}}} - ?$$

відношення:

$$\frac{\dot{u}_{\text{хв}}}{\dot{u}_{\text{год}}} = \frac{2\pi R_{\text{хв}} \cdot T_{\text{год}}}{T_{\text{хв}} \cdot 2\pi R_{\text{год}}} = \frac{R_{\text{хв}} \cdot T_{\text{год}}}{T_{\text{хв}} \cdot R_{\text{год}}} = \frac{1,5 R_{\text{год}} \cdot T_{\text{год}}}{T_{\text{хв}} \cdot R_{\text{год}}} = \frac{1,5 \cdot T_{\text{год}}}{T_{\text{хв}}}$$

Обчислення:

$$\frac{\dot{u}_{\text{хв}}}{\dot{u}_{\text{год}}} = \frac{1,5 \cdot 12 \cdot 3600}{3600} = 18$$

Відповідь: у 18 разів швидкість кінця хвилинної стрілки більша.

Задача 5

Діаметр передніх коліс трактора у 2 рази менший, ніж задніх. Порівняйте частоти обертання коліс, коли трактор рухається.

Дано:

$$d_1 = \frac{d_2}{2}$$

Розв'язання:

Врахуємо те, що швидкість руху передніх і задніх коліс трактора однакова. Запишемо формулу для

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} - ?$$

частоти обертання: $\nu = \frac{1}{T}$

Період обертання знайдемо з формули швидкості $\dot{u} = \frac{2\pi R}{T}$

$$T = \frac{2\pi R}{\dot{u}}, \text{ тоді } \nu = \frac{\dot{u}}{2\pi R} = \frac{\dot{u}}{\pi d}, \text{ де } d = 2R$$

Таким чином, частота обертання передніх коліс дорівнює

$$\nu_1 = \frac{\dot{u}}{\pi d_1} = \frac{2 \dot{u}}{\pi d_2}, \text{ для задніх коліс } - \nu_2 = \frac{\dot{u}}{\pi d_2}$$

Порівняємо частоти обертання коліс:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{2 \dot{u} \pi d_2}{\pi d_2 \dot{u}} = 2$$

Відповідь: Частота обертання передніх коліс у 2 рази більша.

Задача 6

З якою швидкістю повинен прямувати літак уздовж екватора, щоб пасажери спостерігали «вічний полудень» (тобто, щоб Сонце для них стояло весь час в зеніті)? Прийміть, що радіус Землі дорівнює 6400 км.

Розв'язання:

Сонце рухається по небу зі сходу на захід. Це спостережуваний рух Сонця, зумовлений добовим обертанням Землі навколо своєї осі із заходу на схід. Один оберт земля робить за 24 години. Щоб «компенсувати» цей рух Землі, літак повинен прямувати зі сходу на захід з такою швидкістю, щоб облітати Землю саме за добу. Якщо літак прямує вздовж екватора, його швидкість

можна обчислити за формулою: $\dot{u} = \frac{2\pi R}{T}$

$$\dot{u} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6400000}{24 \cdot 3600} = 1670 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

Відповідь: $\dot{u} = 1670 \frac{\text{км}}{\text{год}}$

Задача 7

Довжина хвилинної стрілки баштового годинника 3,5 м. На скільки переміститься її кінець за 1 хв?

Дано:

СІ

Розв'язання:

$$R = 3,5 \text{ м}$$

$$t = 1 \text{ хв}$$

$$T = 1 \text{ год}$$

S - ?

$$\begin{array}{|l} \\ \\ \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ = 60 \text{ с} \\ = 3600 \text{ с} \end{array}$$

Переміщення кінця стрілки за 1 хв знайдемо за

формулою: $S = \dot{u} \cdot t$, а швидкість руху стрілки

$$\dot{u} = \frac{2\pi R}{T}, \text{ тому } S = \frac{2\pi R}{T} \cdot t$$

Обчислимо переміщення:

$$S = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3,5}{3600} \cdot 60 = 0,37 \text{ м}$$

Відповідь: $S = 0,37 \text{ м}$