

**ТЕМА УРОКА:**

**«Решение простейших  
логарифмических неравенств»**

**Неравенство, содержащее переменную только под знаком логарифма, называется логарифмическим.**

**Например, неравенства вида:**

$$\log_a f(x) > \log_a \varphi(x) \quad \log_a f(x) < \log_a \varphi(x)$$

При  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  являются логарифмическими.

# Свойства логарифмических неравенств:

$$1. \log_a x_1 > \log_a x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ x_1 > x_2 > 0 \\ 0 < a < 1 \\ x_2 > x_1 > 0 \end{cases}$$

$$2. \log_a x_1 < \log_a x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ x_2 > x_1 > 0 \\ 0 < a < 1 \\ x_1 > x_2 > 0 \end{cases}$$



**При решении логарифмических  
неравенств следует учитывать общие  
свойства неравенств, свойство  
монотонности логарифмической  
функции и область её определения.**





1. Решите неравенство:

$$\log_{2x-3} x > 1$$

Решение:

$$\log_{2x-3} x > 1 \Leftrightarrow \log_{2x-3} x > \log_{2x-3} (2x-3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 > 1 \\ x > 2x-3 \end{cases} \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases} 2 < x < 3$$

$$\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 2x-3 > 0 \\ x < 2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 1,5 \\ x > 3 \end{cases} \theta$$

Ответ: (2;3)

2. Решите неравенство:

$$\log_3(1 - 2x) < 2$$

Решение:

$$\log_3(1 - 2x) < \log_3 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2x < 9 \\ 1 - 2x > 0 \\ 3 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -8 \\ 2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $(-4; \frac{1}{2})$

3. Решите неравенство:

$$\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$$

Решение:

$$\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 6 - 5x \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x > 8 \\ 6 > 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $(1; \frac{1}{2})$ .

#### 4. Решите неравенство:

$$0,5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)} > 1$$

#### Решение:

$$0,5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)} > 1 \Leftrightarrow 0,5^{\log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right)} > 0,5^0 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right) < 0 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}\left(\lg\frac{1}{x}\right) < \log_{\sqrt{3}} 1 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \lg\frac{1}{x} < 1 \\ \lg\frac{1}{x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lg\frac{1}{x} < \lg 10 \\ \lg\frac{1}{x} > \lg 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} < 10 \\ \frac{1}{x} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-10x}{x} < 0 \\ \frac{1-x}{x} > 0. \end{cases}$$

**Ответ:** (0,1;1)



## 5. Решите неравенство:

$$x^{-2+\lg x} < 1000$$

### Решение:

Прологарифмируем обе части неравенства по основанию 10.

$$\lg x^{-2+\lg x} < \lg 1000 ;$$

$$(-2 + \lg x) \lg x < 3;$$

$$\lg^2 x - 2 \lg x - 3 < 0;$$

$$\begin{cases} \lg x < 3 \\ \lg x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lg x < \lg 1000 \\ \lg x > \lg 10^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1000 \\ x > 10^{-1} \end{cases}$$

**Ответ:**  $(0,1;1000)$