

Конспект уроку

- Сьогодні ми вивчимо поняття логарифмів, їх означення і властивості; застосуємо вивчене до розв'язування рівнянь, прикладів на обчислення.
- Отже, логарифмом ми будемо називати показник рівняння:

$$5^x = 125$$

Як його знайти?

- Можна скористатися таблицею, тоді $x=3$.
- Отже, дійсно $5^3 = 125$; в математиці прийнято корінь рівняння $a^x = N$, де $a>0$, $a\neq 1$, називати логарифмом числа N за основою a , використовуючи символ «log».

Так у нашому прикладі

$$\log_5 125 = 3, \text{ або } 7^{-2} = \frac{1}{49}, \text{ тому } \log_7 \frac{1}{49} = -2$$

$$6^0 = 1, \text{ тому } \log_6 1 = 0$$

Означення.

Логарифмом числа N за основою a , де $a>0$ і $a\neq 1$ називається показник степеня x , до якого треба піднести a , щоб дістати число N .

Це правило ви повинні знати напам'ять, попробуйте повторити його без підручника.

- $\log_a N$, де $a>0$ і $a\neq 1$ має зміст лише при $N>0$.
- $\log_a N = b$ і $a^b = N$ виражають одне і теж саме.

Ці рівності є рівносильними. За цими рівностями можна розв'язати три задачі:

- 1) знайти b
- 2) знайти a
- 3) знайти N

Як ви думаєте чим треба користуватися при розв'язуванні цих задач?

- Складеними таблицями степенів.
- Розглянемо $a^x = N$, $x = \log_a N$, тоді $a^{\log_a N} = N$ – основна логарифмічна тотожність, яку треба знати напам'ять.

Наприклад,

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_1 16} = 16$$

- Логарифм за основою 10 прийнято записувати зручніше:

$$\lg 100 = \log_{10} 100 = 2$$

$$\lg 0,1 = -1$$

$$\lg \frac{1}{1000} = -3$$

А логарифми

$\log_a a = 1$ називають логарифмічна одиниця,

$\log_a 1 = 0$ називають логарифмічний нуль.

Р і в е н ь А.

№1. Записати у вигляді логарифмічних рівностей.

№1

$$2^4 = 16, \text{ тому } \log_2 16 = 4$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9, \text{ тому } \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$$

$$3^{-4} = \frac{1}{81}, \text{ тому } \log_3 \frac{1}{81} = -4$$

$$0,2^2 = 0,04, \text{ тому } \log_{0,2} 0,04 = 2$$

$$(\sqrt{5})^0 = 1, \text{ тому } \log_{\sqrt{5}} 1 = 0$$

Р і в е н ь Б

№2

Знайти логарифми числа.

$$1) \log_5 \frac{1}{125} = -3;$$

$$2) \log_{\frac{1}{4}} 8 = -\frac{3}{2};$$

$$3) \log_{0,3} \frac{1}{0,09} = -2;$$

$$4) \log_3 \sqrt[4]{3} = \frac{1}{4};$$

$$5) \log_{144} 12 = \frac{1}{2}$$

Р і в е н ь Б

№3

Перевірити виконання завдання №2 за означення логарифма.

$$1) 5^{-3} = \frac{1}{125};$$

$$2) \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{64}}} = 8$$

$$3) 0,3^{-2} = \frac{1}{0,09};$$

$$4) (3)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{3};$$

$$5) (144)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{144} = 12.$$

Р і в е н ь А

№4

Визначити x .

$$1) \log_2 x = 3$$

$$x = 2^3$$

$$x = 8$$

$$2) \log_{13} x = -1$$

$$x = 13^{-1}$$

$$x = \frac{1}{13}$$

$$3) \log_{14} x = 0$$

$$x = 14^0$$

$$x = 1$$

$$4) \log_5 x = 1$$

$$x = 5^1$$

$$x = 5$$

Р і в е н ь В

№5

Визначити x .

$$1) \log_x 8 = 3;$$

$$x = \sqrt[3]{8} = 2;$$

$$2) \log_x \frac{1}{4} = -2$$

$$x = \left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^{-1} = 2;$$

$$3) \log_x 20 = 1;$$

$$x = 20;$$

$$4) \log_x 0,04 = -2 \quad x = (0,04)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{0,04}} = \frac{1}{0,2};$$

$$5) \log_x 3 = \frac{1}{4} \quad x = 3^4 = 81.$$

Р і в е н ь А

№6

Чи має зміст вираз?

- 1) $\log_4(-64)$ – не має змісту;
- 2) $\log_5 0$ – не має змісту;
- 3) $\log_2(-4)^3$ – не має змісту.

Р і в е н ь Б

№7

Обчислити.

$$\log_{36} 216 - \frac{1}{3} \log 0,001 - \frac{1}{5} \log_{0,5} 32 = 2 - \frac{1}{3}(-3) - \frac{1}{5}(-5) = 4$$

№8.

Обчислити.

- 1) $7^{\log_7 8} = 8$; (рівень А)
- 2) $49^{\log_7 5} = (7^{\log_7 5})^2 = 5^2 = 25$; (рівень Б)
- 3) $4^{3 \log_4 211} = (4^{\log_4 2})^3 4^1 = 2^3 4 = 32$; (рівень В)